

## CONSTRUCTIVISMO Y TEORÍA COGNITIVA DE LAS PROPOSICIONES: UNA DIMENSIÓN ALGORÍTMICA

### Constructivism and Cognitive Theory of Propositions: An Algorithmic Dimension

Sergio Rodrigo Parra Paine

Pontificia Universidad Católica de Chile

[srparra@uc.cl](mailto:srparra@uc.cl)

ORCID ID: 0000-0001-9222-9897

#### RESUMEN

El intuicionismo sostiene que las series numéricas corresponden a nuestras intuiciones del devenir temporal, siendo las operaciones y propiedades de dichos conjuntos explicadas como construcciones. Posteriormente, el constructivismo de la Escuela de Erlangen consideraría que las inferencias lógicas concebidas procedimentalmente involucran proposiciones que dan cuenta del lenguaje como una elaboración cultural. Así, el ámbito proposicional poseería un carácter subjetivo que trasciende dichas construcciones concebidas como meras descripciones procedimentales, demandando un sustrato más consistente como fundamento, por lo cual es posible responder a esta carencia apelando a la teoría cognitiva de las proposiciones de Scott Soames como un candidato plausible, puesto que concibe a las proposiciones como actos predicativos concretos. A su vez, la teoría de Soames no admite una descripción exhaustiva de los actos cognitivos de predicación que explican el contenido representacional de las proposiciones. Este trabajo se centra en desarrollar una relación complementaria entre ambas teorías susceptible de ser codificada algorítmicamente, en tanto la dimensión computacional operaría como un gozne articulador entre ambas concepciones que nos permita, en último término, formular una definición constructivista desde el punto de vista cognitivo de las proposiciones.

**Palabras clave:** *intuicionismo, constructivismo, proposiciones, teoría cognitiva, procedimiento algorítmico.*

#### ABSTRACT

Intuitionism maintains that numerical series correspond to our intuitions of continuous temporal evolution, with the operations and properties of these sets are explained as constructions. Subsequently, the constructivism of the Erlangen School would also consider that logical inferences conceived procedurally involve propositions that account for language as a historical-cultural elaboration. In such a case, the propositional scope would possess a subjective character that goes beyond the conception of these constructions as mere procedural descriptions, thereby demanding a more consistent substrate as a foundation. This need can be met by appealing to Scott Soames's cognitive theory of propositions as a plausible candidate since he conceives of propositions as concrete predicative acts. In turn, Soames's theory does not admit an exhaustive description of the cognitive acts of predication that explain the

representational content of propositions. Accordingly, this work focuses on developing a complementary relationship between both theories, amenable to being algorithmically coded, whereby the computational dimension operates as an articulatory hinge between both conceptions that allows us, ultimately, to formulate a constructivist definition of propositions from a cognitive point of view.

**Keywords:** *intuitionism, constructivism, propositions, cognitive theory, algorithmic procedure.*

## INTRODUCCIÓN

En su *Teoría cognitiva de las proposiciones* (2010, 2014b), Scott Soames sugiere que las proposiciones son tipos de actos cognitivos concretos que predicen algo de algo, en cuyo caso se trata de actividades intrínsecas que admiten la característica primordial de representar las cosas como siendo de determinada manera comprometiendo condiciones de verdad para tales casos, lo cual, a su vez, les permite oficiar tanto los contenidos de las oraciones como de los pensamientos y las percepciones (Soames, 2014b, p. 94). Además de eso, se establece que el significado de las oraciones viene dado por la conexión con las proposiciones, por lo que cabe suponer que, de entrada, estamos asumiendo un ámbito de análisis de tres dimensiones: i) proposicional, ii) lingüístico u oracional, y iii) subjetivo. Desde este punto de vista, el acto cognitivo de predicar propiedades de los objetos compromete la intervención de un agente, en cuyo caso correspondería un desarrollo más pormenorizado de la esfera procedimental que involucra dicho agenciamiento. Por otro lado, a partir de la primera mitad del siglo xx, fue ganando importancia la concepción intuicionista de las matemáticas, la cual afirma que las series numéricas son abstracciones de nuestra intuición fundamental del fluir temporal, por lo cual tales estructuras o series numéricas corresponderían a ‘construcciones’ que son elaboradas por un ‘sujeto creativo’ en un determinado decurso temporal. Consiguientemente, el intuicionismo ha dado lugar al denominado constructivismo o Escuela de Erlangen, cuya tesis se extendió a una teoría del lenguaje en lo que se refiere a comprenderlo como una realización cultural humana y

no como un hecho que descubrimos (Rahman y Clerbout, 2013, p. 8). En este sentido, aquello que el constructivismo entiende como ‘sujeto creativo’ es una idealización metodológica para explicar las construcciones en términos de cursos de acción, por lo que, hasta donde se sabe, no existen mayores explicaciones acerca de la dimensión cognitiva que ha de poseer tal sujeto impersonal en los términos de las elaboraciones lingüísticas que este ejecuta. Esto último supone una carencia del constructivismo que bien puede ser complementada con ciertos tópicos de la *Teoría cognitiva de las proposiciones* desarrollada por Soames.

Al mismo tiempo y, como el propio Soames reconoce, el “bosquejo de las proposiciones como tipos de eventos cognitivos está lejos de ser completo” (2014b, p. 124), lo cual confiere una flexibilidad que permite a la teoría de Soames dialogar con otros enfoques. De tal manera, por ejemplo, se ha argumentado que si el carácter representacional de las proposiciones deriva del carácter representacional primitivo de los actos cognitivos concretos, entonces dicha condición de heredabilidad que poseen las proposiciones es tal porque estas son ‘tipos’ de actos cognitivos con el mismo contenido representacional, lo cual no sería compatible con el hecho de que tales actos son instancias de ciertos tipos entendidos en términos de universales (Alvarado, 2022, pp. 31-58). Así, ello nos remitiría a una discusión centrada en tópicos metafísicos. Sin embargo, las características de las proposiciones cognitivas como actos concretos de predicación, bien pueden remitir a una dimensión operativa que demande mayor atención al procedimiento mismo de tales actos que a la búsqueda de un sustrato ontológico.

Asimismo, si una proposición se puede explicar como un tipo de acto cognitivo, entonces se puede plantear la exigencia acerca de qué tipos de actos son los que intervienen en tal esquema, puesto que, de acuerdo con Soames (2014b, p. 104) la predicación de las propiedades de los objetos se lleva a cabo en la cognición y en la percepción, lo cual, por una parte, sitúa a las proposiciones en

la esfera de las experiencias cognitivas concretas que nos llevan a concebirlas; y, por otro, se lleva a cabo como una actividad previa a la adquisición del concepto de proposición por parte del agente que realiza dicha actividad. No obstante, aún quedan dos interrogantes acerca de este último punto: *a)* ¿cuál o cuáles son los rasgos específicos de dicha actividad? y *b)* ¿existe algún candidato plausible que nos permita explicar dicha especificación? Por consiguiente, los actos cognitivos pueden ser considerados desde un punto de vista constructivista en la medida en que no solo corresponderían a meras representaciones, sino también a elaboraciones que son llevadas a cabo por un sujeto racional que concibe una proposición y que, al mismo tiempo, es capaz de comprenderla mediante diferentes oraciones que la expresan.

En lo que sigue, se revisan los planteamientos generales de ambos enfoques teóricos con el objetivo de proponer un punto de vista en el que tales carencias puedan ser compensadas con una elaboración más cabal. La relación entre la teoría cognitiva de las proposiciones y el constructivismo puede ser articulada a partir de la noción de verdad de una proposición entendida como el procedimiento que la verifica y, al mismo tiempo, permite generaciones adicionales en el curso de una serie de construcciones potencialmente infinitas. Esto último posee una estrecha relación con la crítica al principio de tercero excluido que caracteriza a intuicionistas y constructivistas, lo cual exigirá argumentar desde ciertos tópicos de la lógica constructiva bajo preceptos algorítmicos en la medida en que los procedimientos de decisión atribuidos a un agente constituyen cursos de acción computables.

En este sentido, empezamos de modo inverso lo que propone el título del escrito: explicando la primera parte la teoría de Soames para luego llegar mejor dotados conceptualmente a la definición gradual de un constructivismo cognitivo, que es lo que se pretende establecer. La segunda parte explora la pertinencia del constructivismo en términos de elaboración lingüística, lo cual da paso a una tercera parte en la que se dilucidan los procesos cognitivos de

las proposiciones desde una perspectiva lógico-constructiva que explique los actos cognitivos concretos de predicación no como acciones aisladas, sino como concatenaciones procedimentales de acuerdo con determinadas reglas. Esto permite precisar una noción de constructivismo cognitivo para procedimientos de decisión y generación de proposiciones. Cabe aclarar que la formalización de procedimientos que suponen actos de tipo cognitivo puede acarrear malentendidos, en el sentido de dar la impresión de algún tipo de reductivismo mecanicista de la cognición. Empero, sin que se trate de desarrollar aquí un estudio psicológico de campo para procesos de este tipo, debe decirse que ciertos aspectos de la cognición y determinadas funciones computables pueden llegar a tener descripciones funcionales isomórficas en cierto nivel de abstracción, lo cual nos lleva a concebir dichas actividades de la cognición como estados de información funcionales que dependen unos de otros. Parto, entonces, del supuesto de que los actos cognitivos concretos de predicación a un nivel proposicional pueden ser explicados desde la vinculación de estados constructivos algorítmicos, permitiendo la generación adicional de proposiciones en el sentido de un funcionalismo causal.

#### LA TEORÍA COGNITIVA DE LAS PROPOSICIONES

Una de las principales motivaciones que Soames tiene para llevar a cabo su teoría es que las proposiciones, a pesar de jugar un papel central en las teorías del lenguaje, el pensamiento y la percepción no pueden hacerlo como tradicionalmente se han concebido (Soames, 2014b, p. 91). Así, lo que aquí tiene una relevancia inicial es la insostenibilidad de que una representación proposicional sea primaria y la del agente que la comprende o concibe sea explicada en términos de esta valga decir, secundaria o derivada. Esta sería una concepción tradicional dentro de lo que se denomina ‘teorías de proposiciones estructuradas’, las cuales derivan de los trabajos de Frege y Russell.

De acuerdo con Frege y Russell, las proposiciones son los significados de las oraciones, objetos de actitudes y, principalmente, portadores de verdad. Puesto que las oraciones significativas son complejos estructurados gramaticalmente de constituyentes significativos, era natural para Frege y Russell tomar a las proposiciones como complejos estructurados de manera similar a los compuestos por los significados de esos constituyentes. Al identificar a las proposiciones con objetos de actitudes tales como un juicio y una creencia, Frege y Russell distinguieron implícitamente lo que se juzga o se cree de los eventos cognitivos de juzgar y de los estados mentales de creer. (Soames, 2014a, p. 25)

En efecto, considerar a las proposiciones como portadores de verdad en este sentido, las señala como entidades objetivas que son, por tanto, independientes del sujeto que las concibe o expresa lingüísticamente. Esto supone, entonces, que tal ‘objetividad’ ha de implicar una existencia platónica y abstracta para el ámbito proposicional. Por lo tanto, el enfoque teórico que Soames critica ofrece una respuesta para las principales tareas que las proposiciones desempeñan, a saber: i) ser las portadoras de la verdad y la falsedad, ii) ser objetos de determinadas actitudes como las creencias y/o afirmaciones, y iii) ser los contenidos semánticos de las oraciones. Sin embargo, esto no ofrece una respuesta plausible a la pregunta acerca de qué son en realidad las proposiciones. Por lo que cabe añadir que “una explicación naturalista debe evitar caracterizar a las proposiciones como habitantes de un tercer reino platónico más allá de la mente y la materia” (Soames, 2014b, p. 92). Esto último es compatible con el constructivismo en la medida en que rechaza la existencia objetiva de las series numéricas y el lenguaje más allá de la dimensión subjetiva que ha de concebirlos. Volveremos sobre esto.

Por consiguiente, cuando nos referimos al juicio o creencia de que algo existe como verdadero o no, no nos referimos a las proposiciones y a las propiedades o relaciones lógicas que hay

entre ellas,<sup>1</sup> sino a un acto o estado cognitivo donde el juicio y/o la creencia constituyen relaciones entre quien juzga o cree y la cosa (misma), que es así juzgada o creída. Entonces, entendemos que las proposiciones tienen un tipo de existencia, pero tal naturaleza no se encuentra más allá de las acciones concretas que las expresan, puesto que esto significaría atribuirles un carácter inmutable y abstracto, por lo que resulta más asertivo decir que las proposiciones son tipos de actos cognitivos concretos que predicen algo de algo, es decir, actos intencionales mediante los cuales un sujeto se representa, por ejemplo, que *a* es *F*. De esta manera se puede sostener acerca de las proposiciones que:

- i. Son piezas de información que representan las cosas del mundo como siendo de ciertas maneras; de modo que poseen condiciones de verdad. Puesto que la proposición de que *o* es rojo representa a cierto objeto como rojo (mientras no se haga ninguna representación adicional), esta es verdadera si y solo si es verdadera en la forma en que es representado – esto es, rojo.
- ii. Concebir una proposición en la cognición o en la percepción es hacer algo; concebir la proposición de que *o* es rojo es predicar la rojez de *o* y, por lo tanto, ‘representarlo’ como rojo. (Soames, 2014b, p. 95)

Lo que aquí es rescatable para los propósitos de concebir un constructivismo en clave cognitiva es, primero, que las llamadas ‘piezas de información’ que representan algo en el mundo que responde a determinadas condiciones de verdad, nos comprometen con un realismo en virtud de la verificabilidad de tales hechos o cosas. En segundo lugar, como hay condiciones de verificabilidad, estas no solo suponen a un sujeto que se representa, sino que constata tales hechos. Así, quizás, lo que podría ser objetable para

---

<sup>1</sup> Habría que reconocer que la acepción de lo ‘lógico’ en este punto queda circunscrita al ámbito clásico que distingue entre semántica y sintaxis. Sin embargo, el intuicionismo no comparte tal distinción, como se observará más adelante.

la teoría cognitiva de las proposiciones es su fuerte énfasis en el carácter representacional que involucra a tales actos cognitivos. En este sentido, los estados de cosas del mundo no solo convienen a hechos dados, sino que involucran ciertas elaboraciones o construcciones que son llevadas a cabo por determinados agentes que, bajo la consideración de una realización intencional, implican estados cognitivos de acuerdo a lo que conciben del mundo y conforme a lo que hacen en el sentido de elaboración. En otras palabras, ‘concebir’ y ‘construir’ también son elementos que están en estrecha relación, máxime en el contexto donde se correlaciona conceptualización con aprehensión en la producción lingüística.<sup>2</sup> De hecho, más allá de considerar a los conceptos como entidades representacionales sin más, podemos conferirles el *status* de capacidades cognitivas cuyo análisis involucra una comprensión de las expresiones del lenguaje, proporcionándonos una teoría del significado que, por lo demás, describa la manera como funciona el lenguaje (Dummett, 1993, p. 98).

Como el propio Soames reconoce (2015, p. 17): juzgar que algo tiene una cierta propiedad equivale a predicar afirmativamente dicha propiedad de un objeto, lo cual implica aceptar dicha proposición como base para una posible acción, pero no en el sentido de predicar una propiedad del acto, acaso sí en los términos de formar o activar determinadas disposiciones conductuales relativas a juicios, creencias, conocimientos, aserciones, etc. Sin embargo:

Esa es la idea detrás de las proposiciones como actos u operaciones cognitivas puramente representacionales o secuencias de las mismas. En el caso más simple el acto es predicar una propiedad de un objeto. Propositiones más complejas son actos o secuencias más complejas, pero la idea es la misma. (Soames, 2015, p. 20)

---

2 Asumiendo la característica generativa del discurso que permite la añadidura de neologismos, en virtud de lo cual se considera un conjunto de palabras como una clase abierta que, incluso, permite predecir que el hablante desarrolle un verbo a partir de un sustantivo (cf. Carnie, 2021<sup>a</sup>, p. 50).

Por consiguiente, si el juicio como operación cognitiva activa estados de conducta, entonces deberíamos estar preparados para profundizar los roles causales de las proposiciones. Convengamos, con el autor, en que el rol representacional de una proposición opera como base de comportamientos prácticos, pero, al mismo tiempo, ¿no debería reconocerse que las proposiciones son causales con respecto a otras proposiciones, de acuerdo con las mencionadas secuencias complejas de estas? Según parece, la teoría de Soames enfatiza los aspectos representacionales de las proposiciones, pero no se adentra lo suficiente en las relaciones causales de las mismas a pesar de reconocerlas como efectivas en el entramado conceptual de sus ideas. De hecho, es viable admitir aspectos cognitivos veritativo-funcionales para representar, por ejemplo, la disyunción de dos individuos bajo determinados respectos que los disocian (Soames, 2019, p. 1379). En ese caso, bien puede admitirse una proposición ulterior que exprese la alternación bajo la forma de una conjunción negada<sup>3</sup> o, de otra manera, si tomamos dos proposiciones que en una cadena deductiva no sean incompatibles, podemos asociarlas conjuntivamente, produciendo una expresión compleja.<sup>4</sup> Que una proposición origine otra en una cadena operacional puede concebirse como un proceso conductual complejo susceptible de ser explicado por esquemas formales para descripciones dinámicas, como sucede con el constructivismo.

#### CONSTRUCTIVISMO Y LENGUAJE

Como se acaba de sugerir, es discutible que un ‘acto cognitivo’ se agote en lo meramente representacional, por lo que puede ser de provecho añadir consideraciones constructivistas al ámbito de las

<sup>3</sup> Es decir, que  $p \vee q$  pueda expresarse como  $\neg (\neg p \wedge \neg q)$ .

<sup>4</sup> Como sucede con la regla de adjunción en deducción natural. Sea que en una cadena deductiva se tiene una fórmula  $\alpha$  y, posteriormente, se obtiene una fórmula  $\beta$ , entonces puede construirse  $\alpha \wedge \beta$ .

cogniciones, tal como Soames las entiende. Para esos efectos hace falta una descripción del constructivismo que implique consideraciones lingüísticas. Comencemos diciendo que el antecedente histórico inmediato del constructivismo es el intuicionismo, el cual constituye una teoría filosófica para la fundamentación de las matemáticas, formulada inicialmente por el matemático holandés Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881-1966). Esta corriente sostiene que las series numéricas como los conjuntos corresponderían a la ‘intuición fundamental’ del intelecto; o bien a la percepción originaria del *fluir* temporal donde sucede la repetición de algo en-el-tiempo y que es captado intuitivamente como la unidad de la relación ‘antes-después’.<sup>5</sup> Esto se opone a la concepción de un conjunto entendido como “[...] cualquier colección en un todo *M* de objetos definidos y separados de nuestra intuición [*sentidos*] o nuestro pensamiento” (Cantor, 1959, p. 85). Ahora bien, lo que es característico en la teoría de conjuntos de Cantor es que el autor se refiere a los números naturales, los racionales y los reales como series ‘infinitas’ que constituyen un cuerpo determinado y agotable, esto es, como totalidades acabadas.<sup>6</sup> Tal percepción contrasta con la de Aristóteles, quien entendía el infinito como potencial,<sup>7</sup> e involucra un tratamiento del infinito matemático como algo más bien finito; puesto en acto, a saber, el famoso ‘infinito actual cantoriano’. Así, para los intuicionistas los conjuntos involucran, en

5 “Esta intuición de la duo-unidad, la intuición básica de las matemáticas, crea no sólo los números uno y dos, sino también todos los números ordinales finitos, en cuanto uno de los elementos de la duo-unidad puede pensarse como una nueva duo-unidad, y este proceso puede repetirse indefinidamente. Ello da nacimiento además al más pequeño número ordinal infinito  $\omega$ . Por último, esta intuición básica de las matemáticas, en la que se unen lo conexo y lo separado, lo continuo y lo discreto, genera inmediatamente la intuición del continuo lineal, es decir, del ‘entre’ que no se agota con la interposición de nuevas unidades y que, por lo tanto, no puede nunca pensarse como una mera colección de unidades” (Brouwer, 1913, pp. 85-86).

6 Lo cual es un punto de vista heredado incluso por la Teoría Axiomática de Conjuntos de Zermelo-Fraenkel.

7 ‘Lo indeterminado’ [*Tò ἀπείρονον*] (cf. Aristóteles, 1994, A II 994b 25).

realidad, un método o procedimiento en virtud del cual podemos agregar cantidades sucesivas a una determinada serie.

Posteriormente, los constructivistas se comprometerían con una visión todavía más amplia, en virtud de la cual podría formularse una fundamentación lógica que proporcionara una teoría general del lenguaje y de la ciencia. Esto implica que podemos establecer ciertas relaciones isomórficas entre determinadas estructuras formales y el lenguaje, de tal manera que una expresión del lenguaje natural en su forma más elemental ‘sujeto y predicado’ es representable como una expresión lógica ( $Fx$ ), la cual, a su vez, puede llegar a ser verdadera o falsa. Pero, si no estamos del todo seguros de ello, cabría suponer una estrategia que nos lleve a decidir si es el caso o no para tal expresión. Los constructivistas de la Escuela de Erlangen (Lorenzen, 1987, pp. 105, 112) creen que aquello es susceptible de ser decidido dialógicamente, esto es, con la intervención de más de un agente en la disputa por establecer la verdad o falsedad de una expresión (o conjunto de expresiones). Bajo ese paradigma, habría un diálogo donde cada agente erigiría una estrategia de ganancia para la defensa de que  $Fx$  es el caso o no. Con todo, estas estrategias, implican la planificación de un curso de acciones a seguir, por lo que la expresión lógica en cuestión ha de ser interpretada operacionalmente, es decir, en el transcurso de un proceso y no como aquello que solamente denota grafemas y/o fonemas dados. En efecto, aquello que podemos denominar ‘lenguaje’ no es un hecho dado que se descubra, sino una realización humana entendida a partir de determinadas construcciones llevadas a cabo en un decurso temporal.<sup>8</sup> En ese caso, la noción de ‘tiempo’ que opera en esta concepción “involucra que el tiempo se divide en estadios discretos y, entonces, define una secuencia de elección en términos de si alguna sentencia

---

<sup>8</sup> Por cierto, esto puede parecer bastante obvio, pero nótese que en el contexto de la tradición analítica que tuvo su desarrollo, sobre todo en la primera mitad del siglo XX, ya no lo es.

dada ha sido probada o no en cada estadio” (Dummett, Michael, 2000, p. 234). De esta manera, el razonamiento constructivo es acorde a parámetros inductivos, es decir, que admite una prueba que se verifique caso por caso. Además, como el razonamiento constructivo es efectivo, el avance en el conocimiento en este campo tendrá como consecuencia otros avances ulteriores; por lo tanto, lo que se construya en un determinado estadio temporal finito será entendido como firmemente establecido en ese instante. Observemos el siguiente esquema:

$$I \left\{ \begin{array}{l} (Fa) \text{ es falsa si no ha sido construida en } t_1 \\ (Fa) \text{ es verdadera si ha sido construida en } t_2 \end{array} \right.$$

De acuerdo con ello, diremos que en el conjunto I hay una construcción Fa que aún no ha sido construida en  $t_1$ , por lo que es falsa; mientras que en un estadio  $t_2$ , una vez que ha sido construida, puede considerarse como verdadera, esto es, firmemente establecida (Mints, 2002, p. 47). En ese caso, toda infinitud posible es denumerable si se trata de llevar a cabo la acción de enumerar o *computar* una serie que genere un nuevo elemento cada vez. Adicionalmente, lo que cabe concebir en este punto es la noción de ‘computabilidad’, la cual puede ser entendida a partir de:

[ciertos] estados postulados [los cuales] son, de un modo u otro, estados *portadores de información*, y sus interacciones colectivas son una función de la información específica que transmiten. De ahí la caracterización general: *el enfoque del procesamiento de la información* o simplemente *el enfoque computacional*. (Churchland, 2013, p. 147)

La anterior definición implica determinados estados de entrada y salida, con respecto a los cuales tiene lugar un procesamiento que conviene a una actividad inteligente que engloba un conjunto de actos cognitivos como la percepción, la memoria, la inferencia, la deliberación, el uso del lenguaje, etc. Así, de acuerdo con

Churchland (2013, pp. 147-148), se trata de un sistema de estados portadores de información regidos por un conjunto interactivo de procedimientos computacionales. Si esto es así, entonces todo procedimiento constructivo que sea a la vez computacional ha de formularse cognitivamente debido a aquellos estados internos del sujeto, por lo que surge la exigencia de precisar dicho mecanismo conductual en un sentido lógico.

### COGNICIÓN Y LÓGICA CONSTRUCTIVA

El triángulo relacional formado por las proposiciones concebidas cognitivamente, las decisiones algorítmicas y los procedimientos de construcción puede articularse desde ciertos tópicos propios de la lógica constructivista. Vale la pena recalcar que se ha comenzado a extender un punto de vista plausible que defiende la integración de teorías lógicas de los conceptos con teorías cognitivas, bajo la premisa de incluir modelos cognitivos en los ámbitos computacionales y lógicos a modo de proporcionar representaciones comprensibles y fehacientes del conocimiento humano (Righetti, 2023). Si bien este enfoque comprende el desarrollo de marcos lógico-computacionales basados en conceptos de la ciencia y psicología experimentales, puede pensarse que, desde la perspectiva constructivista, un intento de integración conceptual lógico-cognitivo cederá relevancia a técnicas que son propias del intuicionismo.

En primer lugar, cabe mencionar que, desde un punto de vista clásico, la lógica establece un contraste entre el procedimiento de prueba y la interpretación semántica. Así, la prueba es pensada como una noción puramente sintáctica en la medida en que es una manera de generar teoremas a partir de determinados axiomas y reglas de inferencia, poniendo énfasis en las propiedades formales de los signos y sus relaciones; mientras que la perspectiva semántica se ocuparía de establecer fórmulas con significado al correlacionarlas con las propiedades de determinadas estructuras. De esta manera, se establece un argumento como válido cuando

no puede imaginarse un modelo o mundo en el cual las premisas de un argumento fuesen verdaderas y la conclusión falsa. Esta distinción es ajena a intuicionistas y constructivistas, para quienes la prueba ya es una noción semántica, puesto que en el curso de la misma se dota de significado a las expresiones. Ahora bien, más arriba se dijo que para los intuicionistas y constructivistas las estructuras matemáticas y/o conjuntos numéricos como los números reales y naturales no poseen una realidad más allá de la prueba que los establece en el curso de su realización. Así, si el infinito es potencial, consiste en la permanente posibilidad de generar ítems adicionales, puesto que la denumerabilidad intuicionista denota un método, no un conjunto. En tal caso, para los intuicionistas no resulta igual reconocer que se ha probado una proposición  $p$  a reconocer que se ha probado  $\neg p$ . Si  $p$  es una proposición que establece que “hay infinitos números primos”, por ejemplo, se dirá que, una vez establecida esa ‘posibilidad’ como antecedente, si es el caso que  $p$ , entonces puede establecerse el consecuente, es decir, no es el caso que  $\neg p$ , esto es,  $p \rightarrow \neg \neg p$ . No así para la recíproca, es decir,  $\neg \neg p \rightarrow p$ , puesto que ello significaría establecer el antecedente: “no es el caso que no hay infinitos números primos”, el cual es equivalente a asegurar la totalidad dada de una serie en las premisas, lo cual es intuicionísticamente inaceptable. De acuerdo con ello, además, si los intuicionistas aceptan  $p \rightarrow \neg \neg p$ , entonces conciben reglas de inferencia que se corresponden con un determinado ‘corpus lógico’,<sup>9</sup> aunque en un sentido operativo, *i. e.*, en lo que se refiere al movimiento de una aserción a otra. Considérese, por ejemplo, un argumento como el siguiente:

---

9 Aunque al fundador del intuicionismo, Brouwer, no le interesaba desarrollar una lógica intuicionista porque no estaba convencido de que las matemáticas dependieran de la lógica, su discípulo Arendt Heyting sí se dedicó a dicho menester en la medida en que “[...] un teorema lógico: no es sino un teorema matemático de generalidad extrema; es decir, la lógica es una parte de las matemáticas, de suerte que en modo alguno puede servir de fundamento suyo” (Heyting, 1976, p. 40).

A es B

B es C

A es C

En dicha relación se observa el paso de una afirmación a otra, de acuerdo con lo que podríamos señalar como unidades de información mínimas que poseen una cierta estructura, es decir, la estructura elemental de un sujeto y un predicado que caracteriza a una proposición. Además de eso, puede reconocerse que el paso de una proposición a otra es posible en un nivel previo a la formalización lógica, puesto que podemos advertir un esquema operativo que concierne a muchas acciones destinadas a diversos fines como pueden ser contar, ordenar, o, incluso, construir un muro de acuerdo con un conjunto de acciones secuenciales que buscan la obtención gradual de un objetivo. En particular, las inferencias lógicas convienen a reglas cuyo origen intuitivo puede corresponder a principios muy generales que rigen comportamientos prácticos de elaboración, lo cual es propio de lo que se llama ‘protológica’ (Lorenzen, Paul, 1987, pp. 59-70). Pero lo que se ha hecho en la estructura presentada como ejemplo, tiene que ver con dos acciones combinadas que, sin embargo, deben ser distinguidas. En primer lugar, las proposiciones involucran el contenido de un estado mental representativo que comporta, a su vez, el conocimiento de los hechos y estados del mundo como siendo de determinada manera al atribuir un predicado a un sujeto. En segundo lugar, se ha efectuado una inferencia que depende de relaciones de transitividad, relacionando A y C como términos no adyacentes. En este punto, conviene establecer con mayor detalle el paso desde los actos de predicación a las relaciones transitivas, como forma específica de relacionar la teoría cognitiva de las proposiciones con el constructivismo.

Considerando primero los actos de predicación en lo que se refiere a las proposiciones tomadas de manera aislada, se trata de piezas de información que no nos proporcionan del todo condiciones en virtud de las cuales podamos efectivamente

identificarlas como verdaderas o falsas, por lo tanto, dichas condiciones de verdad aún no se encuentran en el significado y en los contenidos cognitivos que intentan asociarse a ellas (Soames, 2019, pp, 1369-1383). Sin embargo, independientemente de que la proposición sea verdadera o no al identificar un objeto o un hecho, el tipo de acto representativo de predicar, por ejemplo, la redondez de  $x$  nos confiere un comportamiento que atribuye la redondez a  $x$ , por un lado, y consiguientemente nos lleva a concebir el estado de cosas expresado por la oración “ $x$  es redonda”. En este caso, las unidades significativas mínimas de un lenguaje corresponden a oraciones con una forma sintáctica simple de acuerdo con la estructura proposicional sujeto-predicado ya mencionada. De tal manera que la aserción que denota a  $x$  como redonda puede ser falsa o verdadera en razón de una disyunción como:

$$Rx \vee \neg Rx^{10}$$

Evidentemente, esto requeriría un método para decidir cuál de los disyuntos es verdadero, pero también nos remitiría a la ley de tercero excluido que es rechazada por los intuicionistas. Sin embargo, cabe mencionar que dicha ley se vuelve intuicionísticamente inválida cuando se aplica a totalidades infinitas dadas, como en el caso de la teoría intuitiva de conjuntos; aunque ello no es así para el caso de colecciones finitas, para las cuales es posible establecer si es el caso que  $Rx$  o bien no es el caso que  $Rx$ . Lo anterior funciona así porque la ley de tercero excluido es inherente a la llamada ‘Ley de Bivalencia’, para la cual toda proposición es verdadera o falsa, aunque, si nos atenemos a la distinción entre intensionalidad y extensionalidad de un concepto, notaremos las dificultades que surgen con colecciones infinitas. Por ejemplo, supóngase que todas las vocales tienen la propiedad de ser sonoras, lo cual puede decidirse mediante los criterios extensional e intensional. Así, extensionalmente se puede verificar

---

10 O bien es el caso que  $x$  es  $R$ , o bien no es el caso que  $x$  es  $R$ .

caso a caso el cumplimiento de la propiedad para cada una de las vocales, cuya colección es finita. Además de eso, intensionalmente se puede establecer que todos los miembros del conjunto de las vocales caen bajo el concepto en cuestión. Pero, si nos atenemos a la llamada conjetura de Goldbach, para la cual “todo número par mayor que dos es la suma de dos primos”, tendremos que la única manera de establecer dicha propiedad para todo número par mayor que dos es conceptual o intensionalmente, en cuyo caso solo se está presuponiendo aquello que la proposición establece, pues no es posible verificar el cumplimiento de la propiedad por casos o extensionalmente cuando las colecciones referidas son infinitas. Bajo esa situación, entonces, la ley de bivalencia falla, por lo cual puede agregarse que, por añadidura, la ley de tercero excluido funciona únicamente para colecciones finitas. En el caso de un infinito potencial, se agrega un miembro a la serie en el curso de una construcción, donde es posible decidir la aplicación de la propiedad para algún sucesor inmediato o mediato, en razón de las mediciones posibles para una escala finita.

En segundo lugar, de acuerdo con el ejemplo del silogismo, se ha razonado de manera tal que la estructura del argumento asume la siguiente forma:

J es mayor que P  
D es mayor que J  
 D es mayor que P

De nuevo, la unión de un sujeto a un predicado es un acto cognitivo primordial que constituye a las proposiciones y, asimismo, permite la introducción de nuevos predicados, sea de manera definicional o mediante contraejemplos. Así, cuando se ‘usa’ un predicado, este refiere a algo específico de lo cual puede atribuirse o negarse mediante una cópula. Si aquello que se predica es efectivamente el caso, entonces es posible continuar con la construcción introduciendo nuevos predicados definicionalmente. Obsérvese el siguiente esquema:



De este modo, se establece un método que permite pasar de una proposición a otra mediante la especificación definicional de los predicados, donde dicho ejercicio involucra:

- a) Atribuir un predicado a un sujeto como acto cognitivo primordial.
- b) Añadir predicados en un curso constructivo, lo cual permite vislumbrar el curso de acción subsiguiente, de acuerdo con relaciones de accesibilidad transitivas; para lo cual decimos que si  $p \rightarrow q$  puede ser construida, ello significa que  $q$  puede construirse a partir de la proposición  $p$ . En ese caso, diremos que a partir de  $p \rightarrow q$  y de  $q \rightarrow \Gamma$  puede construirse  $p \rightarrow \Gamma$ .
- c) Decidir la añadidura del predicado siguiente mediante un uso restringido y finito del principio de tercero excluido, o bien, decidir si un determinado individuo pertenece o no al predicado en cuestión.

En estos términos, si la articulación entre la teoría cognitiva de las proposiciones y la lógica constructivista responde a consideraciones algorítmicas, cabe especificar este aspecto de manera que se consideren definiciones lógicas desde una perspectiva más orientada a lo metodológico que a un dominio de objetos fijos de un sistema formal, puesto que se acentúa la preponderancia de un determinado 'sujeto creativo' que, en los modelos intuicionistas, opera como un agente impersonal que cuenta con varias opciones en sus construcciones futuras.

Asimismo, corresponde esclarecer las restricciones y reglas de las cuales se habla. Dichas restricciones implican circunscribirse a enunciados simples de la forma  $Px$ , permitiéndonos concebir funciones enunciativas como expresiones no saturadas (cf. Frege, 1972, pp. 27-31),<sup>11</sup> es decir, donde el predicado es vacío y cuya forma es  $f(x)$ . Así, diremos que  $f(x)$  es el argumento de la función, por lo que  $Px$  se ha de convertir en un enunciado en cuanto se especifique un parámetro para el argumento, en cuyo caso la función arrojará un valor — $Pa$ , por ejemplo. Además, es posible que una mayor cantidad de especificaciones arrojen un mismo valor, para lo que se refiere a funciones poliádicas como la siguiente:

$$f(x_1, \dots, x_2) = y$$

Y que podría expresar:

*Autor de (Hamlet, Macbeth, etc.) = Shakespeare*

En el caso particular de las proposiciones cognitivas en el curso de un desarrollo constructivo, se trataría de representar contenidos proposicionales y las operaciones por las cuales se modifican o elaboran estos contenidos. Así, si tenemos una función con un concepto relacional, entonces la introducción de un argumento arrojará un valor —o valores— susceptible de ser, a su vez, argumento de una nueva función. Por ejemplo:

- i. *Monumento más grande que (La estatua de la libertad) = Torre de Eiffel*
- ii. *Monumento más grande que (La torre de Eiffel) = el Coloso de Rodas*

De lo cual se sigue, por transitividad, que *el Coloso de Rodas* es más grande que *la Estatua de la Libertad*. Por lo tanto, el paso de

---

<sup>11</sup> Por cierto, se puede hacer uso de la idea de función proposicional en Frege sin necesidad de adscribir la tesis logicista, la cual sostiene que la matemática es reducible a la lógica y que es contraria a las ideas de los intuicionistas, quienes sostienen que la lógica en realidad deriva de la matemática.

(i) a (ii) posibilitará el siguiente paso de lo que puede considerarse como funciones generativas:

$$f(x_1) f(x_2) f(x_3)$$

Sobre dicha disposición puede pensarse una serie de funciones proposicionales cuyos argumentos son los datos de una entrada inicial o *input*, los cuales, una vez que saturan o llenan la función arrojan un valor como dato de salida u *output*. Cada función de este tipo constituye un estado de información que un agente posee en determinado punto de una secuencia temporal. Como requerimiento inicial, cada uno de dichos estados de información deberá tener cierta coherencia en orden a determinadas reglas lógicas interpretadas en un marco dinámico (Mares, 2024, p. 52). Para este caso, se debería considerar primero la definición inductiva de una sucesión, concebida como una función cuyo dominio sea todos los enteros mayores o iguales a uno, comenzando con 1 como la base de la inducción y una definición de sucesor de acuerdo con una condición que nos proporcione el paso inductivo. Específicamente, considérese un conjunto de proposiciones de estructura simple —de la forma sujeto-predicado— representadas por determinadas expresiones o fórmulas para cada uno de los enteros positivos partiendo de  $n = 1$ , por lo cual se dirá que:

- 1) Hay una expresión  $\alpha$  que predica  $P(x_1, \dots, x_n)$ .
- 2) Si todas las expresiones que preceden a la  $(n + 1)$ -ésima expresión predicen  $P(x_1, \dots, x_n)$ , entonces la  $(n + 1)$ -ésima expresión predica  $P(x_1, \dots, x_n)$ .

Donde  $P$  es una letra predicativa y  $(x_1, \dots, x_n)$  un conjunto de variables individuales a las cuales se puede asignar un conjunto de elementos o parámetros  $(a_1, \dots, a_n)$ . Junto con ello, se tiene que (1) es la base de la inducción, mientras que (2) es el paso inductivo, con lo cual se pretende establecer una serie procedimental finita de acuerdo con las nociones de antecesor y sucesor. Esto es, que para toda proposición  $p$  1 se tiene que si  $p(n)$  es verdadera, entonces  $p(n + 1)$  es verdadera. Todo ello responde a la planificación

coherente de una serie constructiva determinada. En consonancia con lo anterior, como la inducción matemática es la demostración idónea de las funciones computables, se puede decir también que (1) es una condición inicial y (2) una condición de recurrencia que permite calcular o computar cada término a partir de los precedentes, siendo así una función “[...] recursivamente computable si y sólo si hay un algoritmo que para cada uno de sus argumentos  $x$  (o cada uno de sus argumentos  $x_1, \dots, x_n$  si es  $n$ -ádica) nos permite obtener en un número finito de pasos su correspondiente valor” (Mosterín, 1995, p. 273).

Por otra parte, las construcciones de este tipo no se agotan en hallar los valores de las funciones proposicionales, sino que, además, se ocupan de generar sucesivamente conjuntos extensibles de expresiones o fórmulas válidas. En ese caso, si la generación de estadios viene dada por definición inductiva, la operación de sucesor se aplicará un número ostensible de veces para una serie procedimental finita, aunque potencialmente indefinida, la cual habilitará un uso restringido del principio de tercio excluso para cada sucesión inmediata —o mediata. Dicho uso comprende la aplicación del principio en cuestión desde un punto de vista constructivista, es decir, como un proceso de decisión sobre el rango de definición de un predicado recursivo parcial. Un predicado es recursivo parcial si posee un dominio de definición restringido, esto es, si se trata de un predicado que se define recursivamente, pero no para todos los valores posibles de sus argumentos, puesto que la aplicación es finita, aunque se trate de un procedimiento que puede ser indefinido.

### **Funciones recursivas y predicados decidibles**

En primer lugar, definimos un predicado  $P(x)$  teniendo a  $x$  como argumento, donde todo predicado numerable de este tipo instanciado en un individuo  $a$  y expresable como una clase de objetos generados a partir de  $P(x_1)$  por medio de una operación primitiva  $P(x_n + 1)$ . Por otra parte, ya sabemos lo que es una función

computable, pero precisamos que el predicado  $P(x_n)$  es decidable si y solo si la función  $f(x_n)$  es computable. Vale decir, si dado un predicado  $P$  podemos decidir si  $x_n \in P$  o  $x_n \notin P$ , en cuyo caso  $P$  es efectivamente decidable para un conjunto finito de individuos. Bajo tal respecto se dirá que  $P(x)$  es construible, por lo tanto,  $C(Px, K)$  es una proposición que afirma que hay una demostración —construcción—  $K$  de  $P(x)$  para la cual  $x$  pertenece efectivamente a  $P$ .

$$C(Px, K) \leftrightarrow \vdash P(x)$$

Con ello, tenemos que  $P$  es decidable si  $f(x)$  es su función recursiva característica tal que  $f(x) = 1$  si  $x_n \in P$  o bien  $f(x) = 0$  si  $x_n \notin P$ . De esto se sigue que una clase de objetos  $P$  será recursivamente generable si y solo si hay un algoritmo para producir sucesivamente todas las expresiones de  $P$ , tal que  $P$  es el contradominio de una función computable cuyo dominio es el conjunto de los números naturales ( $\mathbb{N}_\omega$ ), por lo cual se dice que  $P$  es numerable. En ese caso, suponemos un conjunto  $\Gamma$  de fórmulas inicialmente dado que sea consistente, es decir, para cualquier fórmula  $\alpha$  será el caso que  $\alpha \vee \neg\alpha$ , pero no  $\alpha \wedge \neg\alpha$ . Al mismo tiempo, considérese que  $\Gamma$  es un conjunto de fórmulas potencialmente extensible, de tal manera que  $\Gamma$  puede ser seguido por  $\Gamma'$ :  $\Gamma \vdash \Gamma'$ . En ese sentido, se trata de la extensión sistemática de un conjunto  $\Gamma_0$  adicionando sucesivamente toda fórmula que no comprometa su consistencia.

$$\Gamma_{i=0} = \{\Gamma_0, \alpha\}$$

Para una sucesiva ampliación que comporta un conjunto máximamente consistente tenemos:

$$\Gamma_{i+1} = \{\Gamma_0, \alpha_{i+1}\}$$

En esta parte la noción de consistencia es un requerimiento formal que no reemplaza ni agota los actos cognitivos, pero describe la funcionalidad generativa de estos actos que amplían el repertorio proposicional mediante cursos de acción constructivos que se expresan lingüísticamente.

## Hacia un constructivismo cognitivo

Los cursos de acción de un procedimiento constructivo expresan un tipo de funcionalidad cognitiva cuyo marco de referencia conceptual atañe a procesamientos de estados de información, suponiendo que los actos cognitivos son isomórficos con esquemas formales que describen procesos generativos. En este sentido, un estado mental puede comprenderse a partir del conjunto de relaciones causales que mantiene con otros estados mentales (Churchland, 2013, p. 63); o, si se quiere, cada acto cognitivo concreto asume un papel causal que tiene como efecto un estado posterior que se materializará en un nuevo acto cognitivo en virtud de la atribución de un predicado a un sujeto. En tal caso, el ámbito de la cognición que se aborda desde esta perspectiva puede denominarse ‘funcional’ en tanto que es un proceso que puede estudiarse de manera independiente del aparato neuronal responsable de su ejecución (Bermúdez, 2020, p. 67). Conviene aclarar que una descripción constructivo-algorítmica para un conjunto de actos cognitivos es una descripción para un conjunto de estados de procesamiento de información comprendidos primordialmente en términos de sus funciones e independiente del sustrato físico que lo explica, de ahí que pueda identificarse con un sistema funcional. Dicho sistema opera como un plan de construcción recursivo, en primer lugar, en lo que se refiere a la relación de dependencia del estado final con los estados anteriores, puesto que cada función se expresa con su misma definición y en orden a la función precedente. En segundo lugar, de acuerdo con la accesibilidad que se tenga con una representación compleja, cuya asimilación puede comprenderse como un procedimiento de construcción gradual a partir de una serie de proposiciones concebidas como un conjunto de “*bits* de información [las cuales] son unidades mínimas de su tipo representacional” (Soames, 2014, p. 94). Vale decir que la suma de estas unidades se puede pensar como un conjunto de estados secuenciales de construcción parcialmente ordenado y potencialmente incompleto, por lo cual

va teniendo lugar por etapas mediante operaciones de concatenación para varios estados finitos (Roark y Sprote, 2007, p. 13), de manera que el conjunto de dichos estados califique como la formalización de los actos cognitivos de predicación y los procedimientos que los generan. Por ejemplo, considérese un cubo de Escher, el cual transgrede el esquema intuitivo que se tiene de un cubo, por lo cual el acceso representacional completo para el cubo puede efectuarse como la descomposición por partes de un todo, de manera similar a como se lleva a cabo computacionalmente el cálculo de una operación compleja. Además, uno puede concebir un cubo de una manera y luego de otra, ya que “una vez que nos damos cuenta de que se puede ver en ambos sentidos, podemos intentar, con diversos grados de éxito, pasar a voluntad de una percepción con un contenido representativo, a una percepción con otro” (Soames, 2014, p. 95).

Por tanto, en un primer momento perceptivo, cierta línea del cubo aparecerá en la cara frontal de este, en un segundo momento aparecerá en la cara posterior, pero en un tercer momento nos daremos cuenta de una composición pictórica que genera la percepción de ambas cosas a la vez. Los llamados ‘mundos imaginarios de Escher’ son, de hecho, construcciones que generan estados perceptivos y representacionales que varían conforme se avanza en su observación, en el supuesto de ser vistos por vez primera. Para esta última situación, hemos de concebir lo representativo como el hecho de pensar en algo de un modo específico, por lo que un determinado agente tendrá diferentes actitudes frente a diversos tipos de estructuras representacionales o lingüísticas, de acuerdo a los predicados o verbos que sean enunciados. Por ende, como sugiere el propio Soames, la estructura de una proposición es la manera como sus constituyentes se relacionan unos con otros (Soames, 2014, p. 121). Si dichas proposiciones son tipos de eventos cognitivos, entonces las relaciones estructurales entre los constituyentes de una proposición están dadas por los roles que juegan en una ‘secuencia’ de operaciones cognitivas, llevadas a

cabo por un agente que las comprende. En este sentido, puede definirse un constructivismo cognitivo como una potencia operativa que caracteriza a un conjunto de estados mentales generativos de un sujeto, en virtud de un ejercicio computacional que involucra: *a)* predicar algo de algo, y *b)* generar predicaciones adicionales mediante procedimientos de decisión. Dicho sea de paso, que los mecanismos de decisión que se pretenden vislumbrar desde esta perspectiva involucran una concepción de algoritmo que debería distanciarse de la idea de un proceso mecánico que se ejecuta por un conjunto de instrucciones desprovisto de toda forma de intelección. Por lo tanto, un desarrollo constructivo de este tipo se admite como una secuencia donde se evalúan y analizan los *ítems* de información generados, permitiendo codificar estados comportamentales que requieren una iniciativa que trasciende la noción de autómatas como equivalente a una máquina abstracta de estructura conceptual simplificada para, en lugar de ello, admitir la concepción de un sujeto racional creativo que asuma estados cognitivos como conductas más complejas que las acciones automatizadas.

## CONCLUSIÓN

El recorrido teórico anterior nos entregó el precedente para llevar a cabo el ejercicio que aquí nos propusimos, a saber, intentar formular una definición del constructivismo desde el punto de vista cognitivo de las proposiciones. En efecto, predicar que algo tiene una propiedad es una actividad cognitiva que opera, a la vez, como base para una posible acción adicional, para lo cual se ha establecido que los actos cognitivos proposicionales activan determinadas disposiciones conductuales, reconociendo las potencias causales de los mismos. Dichas potencialidades, según se ha discutido aquí, son también causales con respecto a otras proposiciones mediante actos cognitivos de predicación entendidos como procedimientos constructivos, donde un predicado es decidible si la función que lo caracteriza es computable. Esto supone, además, el establecimiento de relaciones de accesibilidad

reflexivas y transitivas en lo que se refiere a series constructivas potencialmente extensibles.

En síntesis, la idea general es que el ejercicio de instanciar un predicado en un determinado sujeto, como evento cognitivo concreto, no se ha de concebir únicamente como una acción aislada, sino como una concatenación de actividades dadas en un transcurso constructivo que, finalmente, se exterioriza en expresiones lingüísticas entendidas por el sujeto que las genera. Y, a su vez, esto sugiere una dimensión algorítmica que no se agota en una serie de procedimientos mecánicos, pues un procedimiento de decisión para predicados recursivos parciales de índole cognitivo acoge una concepción de algoritmo más fuerte que la de un dispositivo informático.

## REFERENCIAS

- Alvarado, J. T. (2022). La teoría cognitiva de las proposiciones y metafísica de propiedades. | *Discusiones Filosóficas* (41), 31-58. doi: 10.17151/difil.2022.23.41.3
- Aristóteles. (1994). *Metafísica*. (T. Calvo, Trad.). Madrid: Gredos.
- Bermúdez, J. L. (2020). *Cognitive Science: An Introduction to the Science of Mind*. New York: Cambridge University Press.
- Boolos, G. y Burgess, J. y Jeffrey, R. (2007). *Computability and Logic* (5ta. ed.). New York: Cambridge University press.
- Brouwer, L. E. J. (1913). Intuitionism and Formalism. *Bulletin of the American Mathematical Society* (20), 81-96. Recuperado de <https://doi.org/10.1090/s0002-9904-1913-02440-6>.
- Cantor, G. (1955). *Contributions to the Founding of the Theory of the Transfinite Numbers*. (P. Jourdain, Trad.). New York: Dover.
- Carnie, A. (2021a). *Syntax: A Generative Introduction* (4ta. ed.). Oxford: Wiley-Blackwell.
- Churchland, P. (2013). *Matter and Consciousness* (3ra. ed.). Cambridge: MIT Press.
- Dummett, M. (1993). *The Seas of Language*. New York: Oxford University Press.

- Dummett, M. (2000). *Elements of Intuitionism*. Oxford: Clarendon Press.
- Frege, G. (1972). *Conceptografía*. (H. Padilla, Trad.). México: UNAM.
- Heyting, A. (1976). *Introducción al Intuicionismo*. (V. Sanchez de Savala, Trad.). Madrid: Tecnos.
- Johnsonbaugh, R. (1988). *Matemáticas Discretas*. (R. Guidici y M. R. Brito, Trans.). Cuauhtémoc: Grupo Ed. Iberoamérica.
- Kleene, S. (1952). *Introduction to Metamathematics*. Amsterdam: North-Holland Publishing.
- Kripke, S. (1963). Semantical Considerations on Modal Logic. *Acta Philosophica, Fennica*. 16, pp. 83-94. Recuperado de <https://es.scribd.com/doc/50430321/Semantical-Considerations-on-Modal-Logic>
- Kripke, S. (1965). Semantical Analysis of Intuitionistic Logic I. *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*. 40, pp. 92-130. Recuperado de <https://philpapers.org/rec/KRISAO-2>
- Lopez, G., Jeder, I. y Vega A. (2009). *Análisis y diseño de algoritmos: Implementaciones en C y Pascal*. Buenos Aires: Alfaomega.
- Lorenzen, P. (1987). *Constructive Philosophy*. (K. Pavlovic, Trad.). Amherst: The University of Massachusetts Press.
- Mares, E. (2024). *Logic and Information*. Cambridge: Cambridge University Press. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.1017/9781009466745>
- Minsky, M. (1967). *Computation: Finite and Infinite Machines*. Massachusetts: Prentice Hall.
- Mints, G. (2002). *A Short Introduction to Intuitionistic Logic*. New York: Kluwer.
- Mosterín, J. (1995). Computabilidad. En Carlos E. Alchourrón (Ed.), *Lógica* (pp. 271-288). Madrid: Trotta.
- Ojeda, A. E. (2013). *A Computational Introduction to Linguistics: Describing Language in Plain PROLOG*. Stanford: CSLI Publications.
- Rahman, S. y Clerbout, N. (2013). On Dialogues, Predication and Elementary Sentences. *Revista de Humanidades de Valparaíso*. 2, pp. 7-46. doi: 1022370/rhv2013iss2.
- Read, S. (1995). *Thinking About Logic: An Introduction to the Philosophy of Logic*. Oxford: Oxford University Press.

- Redmond, J. y Fontaine, M. (2011). *How to Play Dialogs: An Introduction to Dialogical Logic*. London: King's College London.
- Righetti, G. (2023). *Combining Concepts: Integrating Logical and Cognitive Theories of Concepts*. Tesis doctoral, Universidad Libre de Bozen-Bolzano, Italy.
- Roark, B. y Sproat, R. (2007). *Computational Approaches to Morphology and Syntax*. Oxford: Oxford University Press.
- Soames, S. (2010). *What is Meaning?* Princeton: Princeton University Press.
- Soames, S. (2014a). Why the Traditional Conceptions of Propositions Can't Be Correct? New En. King, Soames y Speaks (Eds.). *Thinking about Propositions* (pp. 25-44). Oxford: Oxford University Press.
- Soames, S. (2014b). Cognitive Propositions. En King, Soames y Speaks (Eds.). *New Thinking about Propositions* (pp. 91-124). Oxford: Oxford University Press.
- Soames, S. (2015). *Rethinking Language, Mind and Meaning*. Princeton: Princeton University Press.
- Soames, S. (2019). Propositions as Cognitive Acts. *Synthese*, 196(4), pp. 1369-1383. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/45096405>
- Torretti, R. (1998). *El Paraíso de Cantor, la tradición conjuntista en la filosofía matemática*. Santiago: Ed. Universitaria & Andrés Bello.