Identificación paramétrica de sistemas dinámicos

Eric Vallejo R.*

Resumen

El avance alcanzado por los sistemas computacionales, tanto en Hardware como en Software, ha permitido el desarrollo de sistemas de control de procesos muy eficientes. La implementación de algoritmos fácilmente manejables por computadores o procesadores dedicados al control ha dejado atrás a los controladores tradicionales. La continua aparición de nuevos controladores algebraicos y formulaciones de algoritmos de control han impulsado el estudio y la teorización sobre múltiples tópicos y herramientas matemáticas relacionadas. Este artículo muestra la teoría básica sobre Identificación de Sistemas dinámicos en los cuales resulta difícil, si no imposible, obtener de antemano un modelo matemático.

Abstract

The advance reached by computers systems, like Hardware as well as Software, they have permitted development of very afficient Process control systems. Algorithms to microcomputers and embedded microicontrolers, devoted to the control of processes, have let back to the traditional controllers. The appearance of new algebraic controllers and control algorithms have impelled the study on multiple topical and related mathematics tools. This article shows the basic theory on dynamical system identification in those wish appears difficult, if not impossible, to obtain beforehand a mathematical model.

Introducción

Esta ciencia trata de inferir modelos a partir de observaciones y estudiar sus propiedades. Los modelos (hipótesis, leyes de la naturaleza, paradigmas, etc.) pueden tener un carácter más o menos formal, pero con la característica básica de enlazar observaciones bajo algunos patrones. La Identificación de Sistemas trata el problema de construir modelos matemáticos de Sistemas Dinámicos a partir de datos obtenidos del propio sistema. El tema se basa en metodologías teóricamente bien sustentadas y, debido a la abundancia de sistemas dinámicos que existen a nuestro alrededor, las técnicas de identificación de sistemas encuentran un extenso campo de aplicación.

*Licenciado en Matemáticas y Física de la CUC. Especialista en Computadores y Sistemas Digitales de la Universidad del Valle. Profesor del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad del Norte.

Sistemas dinámicos

En términos generales, un *sistema* es un objeto en el cual variables de diferente tipo interactúan y producen *señales observables*. Las señales observables que nos interesan son llamadas *salidas*. El sistema es afectado por estímulos externos; algunos de los cuales son manipulables por el observador, las *entradas* y por otras, las *perturbaciones*. Estas perturbaciones pueden ser de dos tipos: las medibles directamente y aquellas de las cuales sólo pueden observarse sus efectos en la salida. Para el modelado de sistemas no es muy importante la distinción entre perturbaciones y entradas.

La noción de sistema es, obviamente, muy amplia, por cuanto este concepto representa un papel muy importante en la ciencia moderna. Muchos problemas de diferente índole son solucionados con estructuras orientadas a sistemas.

En términos muy generales, hablar de sistemas *dinámicos* implica que el valor presente en la salida de un sistema en un instante depende no solamente de los valores de las entradas en ese instante sino también de sus valores previos.

Modelos

Para interactuar con un sistema necesitamos conocer la forma como sus variables se relacionan entre sí. Como definición general, llamamos *modelo* de un sistema a una supuesta relación de tales variables a partir de la observación. En otras palabras, los modelos se construyen a partir de datos observados, y pueden ser de diverso tipo:

- Mentales
- Gráficos
- Matemáticos (analíticos)
- De Software

Los modelos analíticos son los que interesan fundamentalmente a las ciencias y la ingeniería, y lógicamente pueden presentar variados niveles de sofisticación, dependiendo de la aplicación o los objetivos del estudio. Este tipo de modelado se obtiene a partir del conocimiento de las características físicas de los subsistemas que conforman el sistema. No obstante, en la vida diaria muchos sistemas son manejados con modelos mentales, los cuales no implican ningún formalismo matemático. Ejemplo de ello es el hecho de tomar un libro. Los movimientos de nuestra mano, incluidas la velocidad, dirección y presión de los dedos, se controlan sin crear ningún modelo numérico. Los modelos de Software, por su parte, son programas utilizados para analizar y simular sistemas con el apoyo de las herramientas computacionales.

Sistemas y modelos

Un sistema y un modelo son dos cosas completamente diferentes pero relacionables. Desde el punto de vista práctico, utilizamos el término «Sistema verdadero» cuando en realidad nos estamos refiriendo a su modelo. Podemos comparar ciertos aspectos del sistema físico con su descripción matemática pero nunca establecer una conexión exacta entre ambos; el modelo sólo es una representación del sistema. La ficción anterior nos sirve, sin embargo, para la implementación de técnicas de identificación, si suponemos que los datos obtenidos para la inferencia de modelos han sido generados por unas muy bien definidas reglas matemáticas, lo cual, necesariamente, es una idealización .

En la figura 1 se muestra un sistema, de acuerdo con lo expresado y definido anteriormente.

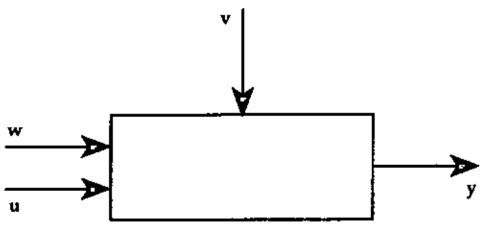


Fig.1. Representación de un sistema con sus señales de entrada y salida. **u** es la(s) entrada(s) manipulada(s), **w** las perturbaciones medibles, **v** las perturbaciones no medibles e **y** la(s) salida(s).

Procedimientos básicos para la identificación de sistemas

Los procedimientos para construir modelos e identificar sistemas involucran técnicas que deben tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Planificación experimental
- Selección de la estructura del modelo
- Estimación de parámetros
- Validación

La construcción de modelos a partir de datos implica tres elementos básicos:

- Los datos
- Un conjunto de modelos candidatos
- Una regla por medio de la cual los modelos candidatos puedan ser parametrizados y evaluados usando los datos.

Planificación experimental

Realizar experimentos en procesos industriales puede resultar costoso, además de difícil. Es, por lo tanto, deseable disponer de métodos experimentales que no requieran de señales de entrada especiales. Los datos de entrada-salida son recogidos mediante un experimento de Identificación especialmente diseñado, donde el usuario determina las señales quese deben medir, lo mismo que cuándo medirlas y el tipo de señales de entrada que se utilizará.

Estructura del modelo

Se obtiene generalmente del conocimiento previo que se tenga del sistema y de las perturbaciones. Se escoge un conjunto de modelos candidatos dentro de un grupo de modelos que parecen acomodarse al sistema. Tal escogencia es de suma importancia, y no en vano, uno de los pasos mas difíciles en el procedimiento de Identificación. Entran en juego entonces la intuición y el conocimiento *a priori* del sistema. En muchos casos se recurre a representaciones de sistemas lineales de tipo general. Pueden entonces manejarse las estructuras del modelo como modelos de «cajas negras». Como ejemplo de modelo en ecuación de diferencias tenemos que

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)e(k)$$

en donde *u* es la entrada, *y* la salida, y *e* una perturbación de tipo ruido blanco.

Estimación de parámetros

Resolver el problema de la estimación de parámetros requiere, como se dijo anteriormente, de:

- Datos de entrada - salida del proceso
- Una clase de modelos
- Un criterio

Validación del modelo

Una vez escogido un modelo debe probarse para determinar su comportamiento y «qué tan bien» se ajusta al sistema, o sea, qué tan válido es para nuestros propósitos. La determinación de este modelo implica llegar al modelo particular que mejor describe al sistema de acuerdo con el criterio de escogencia determinado.

De lo anterior se desprende que el procedimiento de identificación sigue un flujo lógico natural: recoger los datos, buscar un conjunto de modelos, seleccionar el mejor modelo de acuerdo con el criterio de escogencia y, por último, validarlo. Generalmente, el primer modelo seleccionado no pasa la validación, razón por la cual es necesario revisar algunos de los pasos seguidos. Las deficiencias en un modelo pueden deberse a varias razones:

- El procedimiento numérico es inadecuado para escoger el mejor modelo de acuerdo con nuestro criterio.
- El criterio de escogencia es inadecuado.
- El conjunto de modelos no es apropiado.
- El conjunto de datos no contiene la suficiente información para guiarnos.

En la figura de la página siguiente se muestra el flujo lógico para la Identificación de sistemas.

Conceptos previos en identificación

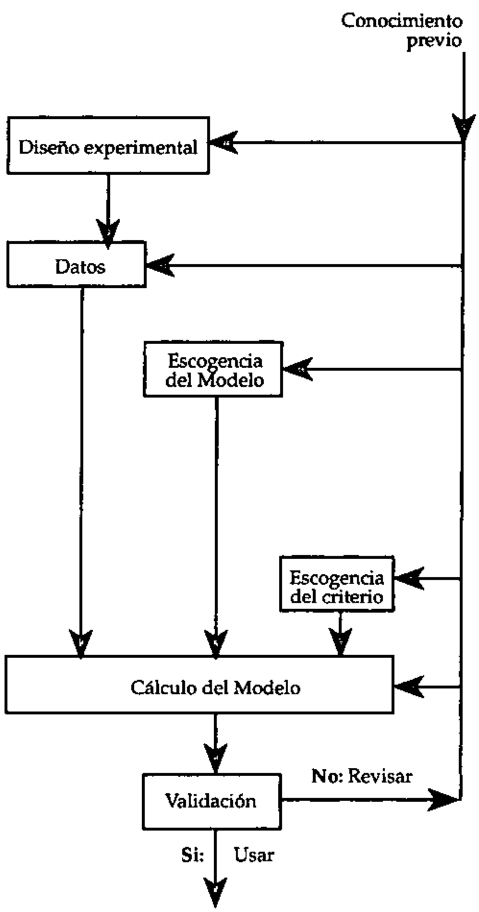
- La Identificación pretende estudiar modelos inferidos a partir de observaciones.

- El desarrollo del Control Adaptativo (C.A.) debe basarse en el conocimiento de las características dinámicas del sistema que se va a controlar. Se denomina Identificación al conjunto de estudios, algoritmos y teorías que pretenden este conocimiento.

- Obtener las relaciones matemáticas que ligan las variables de un proceso físico no siempre es posible de forma directa. La **Identificación** permite, mediante un conjunto de experiencias sobre el sistema, la determinación indirecta de estas ecuaciones.

- En ocasiones, sistemas que se excitan con la misma señal de entrada en dos instantes diferentes no producen las mismas respuestas. Aparece, pues, la necesidad de considerar la presencia de sistemas de parámetros variables con el tiempo, lo mismo que de dinámica no modelada.

Flujograma para la identificación de sistemas



• En algunos casos, la Identificación puede llevarse a cabo fuera de línea; si tenemos la seguridad de que no habrá variaciones en la estructura del proceso ni en sus características dinámicas, no así si el proceso puede variar su comportamiento dinámico con el tiempo.

• La Identificación clásica por señales de prueba tiene ciertas limitaciones al no considerar en general: señales perturbadoras, hacerse fuera de línea y no ser de tipo Paramétrico.

• Las teorías de Identificación han progresado de forma sustancial, hasta el punto de incluir dentro de sus algoritmos y técnicas computacionales, la problemática más desfavorable.

• Las ideas anteriores nos llevan a concluir que las técnicas sobre sistemas y señales digitales y los computadores permiten disponer de Algoritmos de Identificación con características tales como:

- Tener en cuenta las posibles señales perturbadoras y su naturaleza
- Poder realizarse en línea
- Ser paramétrica
- De naturaleza recursiva, y por lo tanto de fácil implementación computacional

• Surgen desventajas. Para no invalidar sus aplicaciones debe considerarse un elevado número de condiciones, tales como:

- Naturaleza de la señal de entrada

- Naturaleza de la estructura del proceso
- Naturaleza de los parámetros del proceso

Identificación paramétrica

- Algunos de los enfoques desarrollados en la Identificación de Parámetros son los siguientes:

• *Métodos de modelo de referencia.* En ellos se simula el proceso que se va a identificar y se compara la respuesta calculada con la realmente obtenida, adecuándose los parámetros del modelo de forma que se minimice una función positiva de la diferencia.

• *Métodos de aproximación estocástica.* Adecuados para sistemas con presencia de ruido. En ellos se resuelve una ecuación expresada mediante la anulación del valor medio de una función de medidas y parámetros. La elección de estas medidas es crítica para asegurar la rápida convergencia del algoritmo.

• *Métodos de minimización del error de predicción.* Derivados de la teoría de mínimos cuadrados.

- De todos ellos, los métodos de minimización del error de predicción son los más utilizados para la Identificación de sistemas discretos. Estos métodos tienen dos características fundamentales:

• Sus propiedades de convergencia de forma recursiva son las mismas que las correspondientes a sus réplicas no recursivas, puesto que las primeras derivan de las segundas (Ljung, 1981).

• Son de fácil implementación computacional.

Identificación en línea

Es la identificación por computador en línea con un proceso. Si las informaciones de las señales se almacenan en un bloque de datos y procesan conjuntamente, se tiene un proceso por lotes. Si se procesan en cada período de muestreo, tenemos un procesamiento en tiempo real.

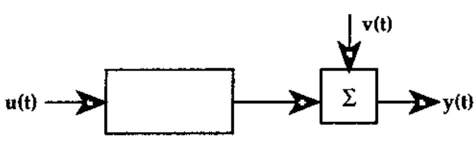
Para la identificación en tiempo real se han desarrollado métodos de estimación recursiva, tanto para procesos invariantes como variables en el tiempo, algunas clases de procesos no lineales, etc.

Entre los algorítmos de identificación en línea tenemos: el de mínimos cuadrados (**LS**) y el de mínimos cuadrados recursivo (RLS). Otros algoritmos se basan en el error de predicción, tales como: algoritmo recursivo de mínimos cuadrados extendido (RELS), algoritmo de mínimos cuadrados generalizado (RGLS), algoritmo de variable instrumental (RIV) y algorítmos RLS con factor de olvido, entre otros.

Problemas en identificación

Tal y como se dijo, tratamos de construir modelos con base en el conocimiento experimental del comportamiento de las variables de un sistema. Estos modelos pueden ser de tipo interno (espacio de estados) o de tipo externo (modelos de e/s). También se ha dicho que con fines prácticos y sin perder demasiada precisión, muchos sistemas pueden idealizarse como sistemas lineales. De hecho, gran parte de procesos físicos se aproximan de buena forma a sistemas LTI.

Otro hecho sabido es que si conocemos la dinámica de un sistema LTI causal, y conocemos además la entrada, podemos entonces calcular la correspondiente salida. No obstante, en la práctica siempre habrá señales fuera de nuestro control que afectarán al sistema. Con nuestra estructura lineal podemos suponer que tales efectos pueden reunirse y sumarse a la salida del sistema, tal como se muestra:



Un sistema LTI causal puede describirse por su respuesta al impulso como:

$$y(t) = \int g(\tau)u(t - \tau)d\tau, \quad 0 \le \tau \le \infty$$

Si el análisis lo hacemos en tiempo discreto y suponemos que la salida es observada en los instantes de muestreo, la expresión anterior se convierte sin ambigüedades en

$$y(kt) = \int g(t)u(t - \tau)d\tau , \quad 0 \le \tau \le \infty$$

Tomando T como un unidad de tiempo y t como la enumeración de los instantes de muestreo, el sistema de la gráfica puede entonces describirse como

$$y(t) = \Sigma_k\, g(k)\, u(t-k) + v(t), 1 \le k \le \infty \quad (1)$$

$$v(t) = \Sigma_k\, h(k)\, e(t - k), 0 \le k \le \infty$$

Si hacemos

$qu(t) = u(t+1)$; (operador q de adelanto)
y
$q^{-1}u(t) = u(t - 1)$; (operador q de atraso)

entonces (1) puede escribirse como

$$y(t) = G(q)u(t);$$

donde

$$G(q) = \Sigma_k\, g(k)q^{-k} , 1 \le k \le \infty$$

G(q) es el operador de transferencia del sistema lineal descrito. Podría llamársele función de transferencia en el sentido en que relaciona las secuencias u(t) e y(t).

De igual forma

$$H(q) = \Sigma_k\, h(k)q^{-k} , 0 \le k \le \infty$$

entonces

$$v(t) = H(q)e(t)$$

y la descripción del sistema lineal con perturbación aditiva se convierte en:

$$y(t) = G(q)u(t) + H(q)e(t)$$

Funciones frecuenciales

Supongamos una entrada sinuosoidal a nuestro sistema, tal como:

$$u(t) = \cos \omega t$$

que puede reescribirse como

$u(t) = R_e\, e^{j\omega t}$; R_e es la parte Real de...

entonces

$$\begin{aligned} y(t) &= \Sigma_k\, g(k)\, R_e\, e^{j\omega(t-k)} ; 1 \leq k \leq \infty \\ &= R_e\, [\, e^{j\omega t} * \Sigma_k\, g(k)\, e^{-j\omega k}\,] \\ &= R_e\, [\, e^{j\omega t} * G(e^{j\omega})\,] \\ &= |\, G(e^{j\omega})\,|\, \cos(\, \omega t + \varphi\,) \end{aligned}$$

donde

$$\varphi = \arg G\, (\, e^{j\omega}\,)$$

podemos definir entonces

$$G(\, e^{j\omega}\,),\quad -\pi \leq \omega \leq \pi$$

como la **función frecuencial** del sistema (1).

Funciones espectrales

Para el proceso estocástico definido por

$$v(t) = H(q)e(t)$$

donde $\{e(t)\}$ es una secuencia de variables aleatorias independientes con valor medio cero y covarianza λ, se define su espectro

$$\phi_v = \lambda\, |\, H(\, e^{j\omega})\, |^2$$

Para el caso de señales estocásticas y determinísticas mezcladas tal como

$$s(t) = u(t) + v(t)$$

el espectro resultante es:

$$\phi_s = \phi_u(\omega) + \phi_v(\omega)$$

Simulación

El más útil de los usos de la descripción de un sistema es simular la respuesta de éste ante diversas entradas. Para el sistema que hemos venido analizando, tomemos una entrada $u^*(t)$, t=1,2,...N. La respuesta para una salida sin perturbaciones será:

$$y^*(t) = G(q)\, u^*(t),\quad t=1,2,...N$$

Para evaluar la influencia de las perturbaciones podemos generar (por medio del computador) una secuencia de números $e^*(t)$, t = 1,2,...N; que puedan ser considerados aleatorios y como la realización de un proceso estocástico de ruido blanco con varianza λ. Entonces la perturbación es calculable como:

$$v^*(t) = H(q)e^*(t)$$

Con el ajuste adecuado de $y^*(t)$ y $v^*(t)$ por parte del usuario, puede tenerse una idea de la respuesta del sistema ante la entrada $u^*(t)$.

Predicción

Teniendo que

$$v(t) = H(q)\, e(t) = \Sigma_k\, h(k)\, e(\, t-k\,),\ 0 \leq k \leq \infty \quad (2)$$

Podríamos tratar de discutir cómo serían los valores futuros de v(t). Para ello, supondremos que H es estable; esto es,

$$\Sigma_k \mid h(k) \mid < \infty ; 0 \leq k \leq \infty$$

Debemos imponer una propiedad básica para (2), que sea invertible. Esto quiere decir que si conocemos v(s) para $s \leq t.$, entonces se puede calcular e(t) como

$$e(t) = H'(q)\, v(t) = \Sigma_k\, h'(k)\, v(t - k); 0 \leq k \leq \infty$$

con

$$\Sigma_k \mid h'(k) \mid < \infty ; 0 \leq k \leq \infty$$

A partir de H(q) podemos determinar $H'(q) = H^{-1}(q)$. Esto no resulta evidente, aunque con las restricciones impuestas puede probarse que el filtro H(q) se comporta de manera similar a

$$H(z) = \Sigma_k\, h(k)\, z^{-k} ; 0 \leq k \leq \infty$$

suponiendo 1/H(z) evaluable en $\mid z \mid \geq 1$.

Podemos entonces escribir

$$H^{-1}(q) = 1/H(q)$$

Predicción de *y* un paso adelante

Si consideramos y(s) y u(s) conocidas para $s \leq t\text{-}1$, podríamos entonces conocer v(s) para $s \leq t\text{-}1$

$$v(s) = y(s) - G(q)u(s)$$

Queremos predecir valores de

$$y(t) = G(q)u(t) + v(t)$$

Con la información conocida, la y(t) esperada será

$$y'(t \mid t\text{-}1) = H^{-1}(q)G(q)u(t) + [\, 1 - H^{-1}(q)\,]\, y(t)\, *$$

o

$$H(q)y'(t \mid t\text{-}1) = G(q)u(t) + [\, H(q) - 1\,]\, y(t)$$

* $y'(t \mid t\text{-}1)$ se refiere a la probabilidad del evento y(t) dado y(t-1).

Para la predicción del error se infiere que

$$e(t) = y(t) - y'(t \mid t\text{-}1) = -H^{-1}(q)G(q)u(t) + H^{-1}(q)y(t)$$

Estimación de modelos paramétricos

Por lo visto, un modelo LTI está especificado por la respuesta al impulso, el espectro de la perturbación aditiva y posiblemente por una función de densidad probabilística de la perturbación e(t). El modelo completo resulta:

$$y(t) = G(q)u(t) + H(q)e(t)$$

$$f_e(.)\text{, la fdp de e} \qquad (3)$$

con

$$G(q) = \Sigma_k g(k) q^{-k} ; \qquad 1 \leq k \leq \infty$$

y

$$H(q) = 1 + \Sigma_k\, h(k) q^{-k} ; \quad 1 \leq k \leq \infty$$

La especificación del modelo dada por (3) en términos de un número finito de valores numéricos, o coeficientes, es la más importante consecuencia para los propósitos de identificación de sistemas. A partir del conocimiento previo de los mecanismos físicos que gobiernan al sistema no es posible determinar esos parámetros. La determinación de todos o algunos de esos parámetros es el tema de la identificación. Los coeficientes.en cuestión deben entonces entrar al modelo (3) como parámetros a ser determinados. Estos parámetros se representan generalmente por un vector θ. Tenemos ahora una descripción del sistema dada por:

$$y(t) = G(q.\theta)u(t) + H(q,\theta)e(t)$$

en la que $f_e(x,\theta)$ es la fdp de e(t) y {e(t)} es ruido blanco.

Con la nueva representación, y teniendo en cuenta la dependencia de la predicción del vector **q**, reescribimos:

$$y'(t \mid \theta) = H^{-1}(q,\theta)G(q,\theta)u(t) + [\ 1 - H^{-1}(q,\theta)\ ]\ y(t)$$

Representación polinómica de funciones de transferencia

Tal vez la vía más inmediata de parametrizar H y G es representarlas como funciones racionales haciendo que los parámetros sean los coeficientes del numerador y el denominador. Estas son las estructuras de modelos de caja negra.

Probablemente la relación entrada-salida más simple se obtiene describiéndola por una ecuación de diferencias lineal de la forma:

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_{na}y(t-n_a) = b_1u(t-1) + \dots + b_nu(t-n_b) + e(t)$$

Los parámetros ajustables en este caso son:

$$q = [a_1\ \ a_2 \dots a_{na}\quad b_1 \dots b_{nb}]^T$$

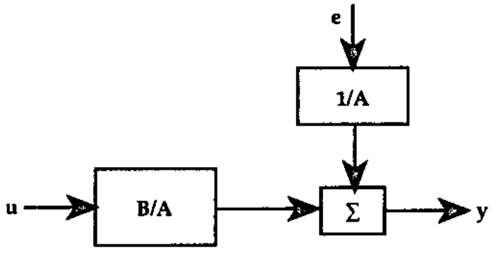
$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na}$$

$$B(q) = b_1q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb}$$

Así que

$$G(q,\theta) = B(q)/A(q)\ \ ;\ \ H(q,\theta) = 1/A(q)$$

La representación de este modelo corresponde a la gráfica siguiente:



Este modelo se conoce como modelo ARX, en donde AR se refiere a la parte regresiva A(q)u(t) y X a la entrada adicional B(q)u(t) (entrada exógena). Si $n_a = 0$, y(t) es un FIR.

Con la nueva representación podemos calcular el predictor de y(t), obteniendo:

$$y'(t \mid \theta) = B(q)u(t) + [\ 1 - A(q)\ ]\ y(t)$$

Esta nueva expresión para el predictor de y(t) nos permite un manejo más fácil, a la vez que resulta una escogencia obvia para estructuras estocásticas donde el término e(t) sea considerado insignificante o difícil de conocer. Es perfectamente natural utilizarlo en modelos determinísticos.

Introduzcamos ahora el vector

$$j(t) = [-y(t-1)...-y(t-n_a)u(t-1)...u(t-n_b)]^T$$

El predictor puede ahora escribirse:

$$y'(t \mid \theta) = \theta^T \varphi(t) = \varphi^T(t)\theta$$

Esta es la propiedad importante aludida previamente; el predictor es el producto escalar entre un vector de datos conocido j y el vector de parámetros desconocidos q. Tal modelo es conocido en estadística como una regresión lineal, y al vector j(t) se le llama vector de regresión.

En el caso de que algunos coeficientes de los polinomios A y B sean conocidos, obtenemos una regresión lineal de la forma

$$y'(t \mid \theta) = j^T(t)\theta + \mu(t)$$

Donde $\mu(t)$ es un término conocido.

La desventaja de este modelo simple es la pérdida de una adecuada libertad para describir las propiedades del término perturbación. Para aumentar la flexibilidad describimos la ecuación error como un promedio móvil de ruido blanco. Esto nos lleva al modelo

$$y(t) + a_1y(t-1) +...+ a_{na}y(t-n_a) = b_1u(t-1) +...+ b_nu(t-n_b) + c_1 e(t-1) +...+ c_{na}e(t-n_c)$$

Con

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + ... + c_{nc}q^{-nc}$$

que claramente se corresponde con

$$G(q,\theta) = B(q)/A(q) \ ; \ H(q,\theta) = C(q)/A(q)$$

Debido al promedio móvil (MA) de C(q)e(t), este modelo se conoce como ARMAX. Existen versiones de tal modelo como el ARIMA(X), donde I se refiere a integración forzada. Una estructura más general sería de la forma

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + [\ C(q)/D(q)\ ]\ e(t)$$

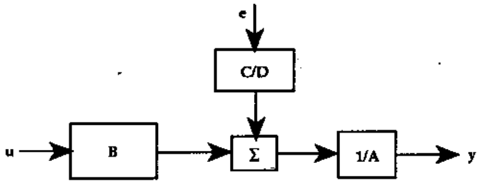
con

$$D(q) = 1 + d_1q^{-1} + ... + d_{nd}q^{nd}$$

el cual, por supuesto, contiene a los anteriores como casos especiales. La gráfica siguiente tipifica tal modelo. La estructura de la ecuación del modelo del error corresponde a descripciones donde las funciones de transferencia G y H tienen un polinomio A como factor común en sus denominadores. Desde el punto de vista físico puede verse más natural parametrizarlas independientemente. Si definimos

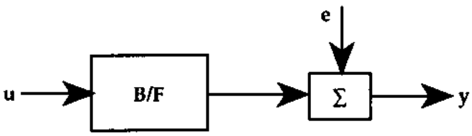
$$F(q) = 1 + f_1q^{-1} + ... + f_{nf}q^{-nf}$$

$$y(t) = [\ B(q)/F(q)\ ]u(t) + e(t)$$



El flujo de señal de este modelo se muestra a continuación. Podríamos llamarle modelo del error de salida (OE), con vector de parámetros a determinar

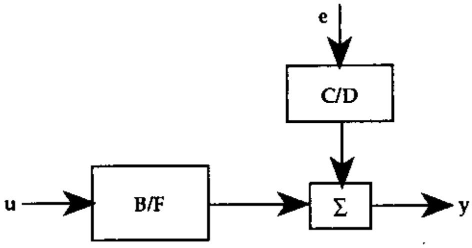
$$\theta = [\ b_1\ \ b_2 \ldots b_{nb}\ \ f_1\ f_2 \ldots f_{nf}\ ]^T$$



Otra estructura muy conocida es la del modelo Box - Jenkins, cuya gráfica se muestra. En realidad, pueden obtenerse muchas estructuras diferentes, dependiendo de cuáles sean los polinomios. Sería entonces conveniente una estructura de modelos generalizada de la forma

$$A(q)y(t) = [\ B(q)/F(q)\ ]u(t) + [\ C(q)/D(q)\ ]e(t)$$

G



Selección de la estructura del modelo y validación del modelo

La selección apropiada de la estructura del modelo es crucial para una exitosa aplicación de identificación. Esta escogencia debe estar basada tanto en un claro entendimiento del proceso de identificación como en un preciso conocimiento del proceso.

Una vez que se ha escogido una estructura de modelo, el procedimiento de identificación nos entregará un modelo con esa estructura. Este modelo será el mejor disponible. La cuestión ahora es si este modelo es suficientemente bueno para nuestros propósitos. Probarlo es lo que conoce como validación del modelo.

La vía para encontrar una determinada estructura involucra al menos tres pasos:

- *Escoger el* tipo *del conjunto de modelos.* Significa, por ejemplo, escoger entre modelos lineales y no lineales, entre entrada-salida, modelos caja negra y espacio-estado parametrizados físicamente, etc.

- *Escoger el* tamaño *del conjunto de modelos.* Se refiere a características tales como el orden del modelo en espacio-estado o el grado de los polinomios en dichos modelos.

- *Seleccionar la parametrización del modelo.* Una vez que se ha escogido un conjunto de modelos es necesario parametrizarlo, esto es, buscar la estructura del modelo cuyo rango sea igual al del conjunto seleccionado.

Comentarios finales

Se ha tratado de dar una visión general del tema Identificación Paramétrica de Sistemas Dinámicos sin profundizar en aspectos que estarían fuera del alcance de este artículo, tales como la forma de crear las estructuras de modelos o las técnicas de validación. Sin embargo, cabría anotar que existen algunas herramientas computacionales que facilitan el trabajo de Identificación, tales como el Toolbox para Matlab que aparece relacionado en la bibliografía, o utilidades de Simlink diseñadas con el mismo fin.

Bibliografía

ASTRÖM y WITTENMARK. *Sistemas controlados por computador*. Paraninfo. 1988.

LJUNG, L. *System identification:* Theory for the user. Prentice-Hall, 1987.

——— *System identification toolbox,* For use with MATLAB. User guide.