

# Efectos de esbeltez en elementos sometidos a compresión

## Diagrama de flujo según las Normas NSR-98

Alfonso J. Barrios García\*

---

### Resumen

*Se pretende con este artículo aclarar los procedimientos básicos que deben seguirse para tener en cuenta los efectos de esbeltez evaluados según las disposiciones de las Normas Colombianas de Diseño y Construcciones Sismo Resistente NSR-98, siguiendo paso a paso un diagrama de flujo, concatenando el articulado de las Normas.*

*Como propósito fundamental se tiene el de llenar un vacío en el proceso de la enseñanza de este tema, pues si bien la bibliografía referente al mismo es bastante amplia y fundamentada, está basada en códigos foráneos, particularmente el del American Concrete Institute ACI-318-95, que a pesar de ser el sostén primario del Título C de nuestra Norma, temas como el de los efectos de esbeltez o de segundo orden son tratados con diferencias importantes que imposibilitan su total adaptación.*

*El diagrama de flujo tiene pues propósitos académicos, pero se puede convertir en un algoritmo eficiente, introduciéndole algunas sentencias menores, para que pueda desarrollarse en un programa de computadora.*

*Debe entenderse que el flujograma sólo se usará como complemento de la Sección C.10.10 de la Norma y para nada se pretende reemplazarla; por el contrario, se debe analizar su contenido para proponer una mejor forma de adaptar y complementar la secuencia del diagrama.*

**Palabras claves:** Análisis, esbeltez, derivas, estructura, carga crítica, índice de estabilidad, ladeo, arriostrado, mayoración de momentos, rigidez, coeficientes de restricción, pórticos, columnas, segundo orden.

### Abstract

*This article pretends to make clear the basic procedures which must be followed for taking into account the slender effects evaluated according to the Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente NSR-98, by following step by step a flowchart made for linking up the articles of this standard.*

*Is a major purpose filling a void in the learning process of this issue, when the bibliography, nevertheless it is very wide and deep, it's based on foreign standards, particularly on American Concrete Institute's ACI-318-95, which in spite of being the main base of our standard's Title C, issues like the slender or second order effects, are managed with important differences which make impossible its overall adaptation.*

Fecha de recepción: Abril 5 de 1999

---

\*Ingeniero Civil de la Universidad del Norte. Especialista en Análisis y Diseño de Estructuras. Profesor del Departamento de Ingeniería Civil de la misma universidad. (E-mail: ABARRIO@edt.net.co.)

*Then this flowchart has teaching purposes, but it can become an efficient algorithm, by introducing some minor sentences for its development in a computer program.*

*It must be clear this flowchart will only be used like a supplement for the Section C10.10 of our standard and in no way this flowchart pretends to replace it. By the contrary, i think its content must be analyzed for proposing a better way for adapting and supplementing the flowchart.*

**Key words:** Analysis, slender, deflections, estructure, critic load, estabily index, sidesways, braced, magnification moments, stiffness, end restraint coefficients, frames, columns, second order.

---

## Introducción

El propósito fundamental de este artículo es encadenar en una secuencia lógica las disposiciones para evaluar los efectos de esbeltez en los elementos sometidos a flexocompresión de las estructuras de concreto reforzado, acorde con los lineamientos de las Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente, Decreto 33 de 1998 (NSR-98).

Se ha escogido el esquema del diagrama de flujo porque representa una forma sencilla para comprender las disposiciones de las Normas. Adicionalmente, al enlazar estas disposiciones se hace más eficiente el análisis y estimación de los efectos de esbeltez.

También se ha procurado que el diagrama de flujo contenga en detalle todas las ecuaciones y todas las sentencias de las Normas referente a este proceso. Se incluyen, además, algunas fórmulas que no hacen parte de contenido de las Normas, pero que ayudan a complementar el algoritmo.

Antes de mostrar en toda su exten-

sión el diagrama de flujo, que es, en esencia, el objetivo primordial de este trabajo, describiré brevemente los fenómenos de esbeltez, asociados siempre al comportamiento no lineal de las estructuras, y luego haré algunas consideraciones con relación al Decreto 1400 de 1984 (Código Colombiano de Construcciones Sismo Resistente), ya que existen algunas diferencias respecto a la NSR-98.

### 1. Definición de efectos de esbeltez

Los efectos de esbeltez o efectos de segundo orden se presentan en mayor o menor grado en casi todas las estructuras de concreto reforzado y acero sin importar qué tan bajas o altas sean. Pueden afectarlas globalmente como conjunto o en particular a uno o varios de sus elementos.

Se aclara que el término «global» empleado aquí se refiere a uno o a varios niveles de la estructura comprometidos con este problema.

El fenómeno de esbeltez se presenta cuando una estructura es sometida a la acción de las fuerzas gravitatorias muer-

tas y vivas con o sin la contribución de las fuerzas laterales causadas por el empuje estático de tierras y/o las fuerzas de carácter dinámico de origen natural, como son las fuerzas sísmicas o de viento.

La permanencia de las cargas sobre la estructura elásticamente deformada, más la contribución de los fenómenos reológicos del concreto, y disminución de la rigidez de los elementos causada por la progresiva fisuración de sus secciones transversales, entre otras causas, originan nuevas deformaciones e incrementos en las fuerzas internas de los elementos.

La asimetría estructural y los asentamientos diferenciales en la cimentación pueden contribuir a que el efecto se acentúe.

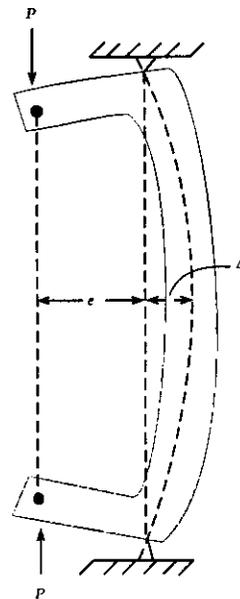
En términos generales, los efectos de esbeltez afectan principalmente a las columnas, sobre todo cuando tiene momentos y cargas axiales de considerable magnitud, o cuando éstas pertenecen a estructuras sometidas a la combinación de cargas verticales y horizontales importantes, en cuyo caso también las vigas pueden verse afectadas.

## 2. Columnas esbeltas

Se puede definir una «columna esbelta» coma aquella cuya resistencia depende fundamentalmente de su capacidad para ser estable lateralmente, además de la resistencia intrínseca de su sección transversal.

En ella, la capacidad a la carga axial  $P$  se reduce por la deformación lateral provocada por la flexión.

En la figura 1 se ilustra el fenómeno para el caso particular de una columna cargada en flexocompresión uniaxial en la que la carga  $P$  actúa a una distancia  $e$  del centroide de la sección en cada extremo.

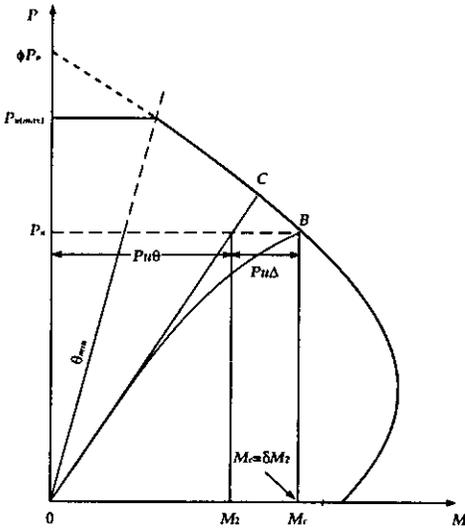


**Figura 1.**  
Columna esbelta cargada excéntricamente

La columna, que inicialmente es recta, tiene para el tiempo cero, cuando se coloca la carga, un momento  $M$  igual  $Pe$ . Bajo esta acción, la columna se deforma y adquiere la forma mostrada. Ya en este instante, gracias a su desalijamiento lateral, el nuevo momento es  $M_{final} = P(e + \Delta)$ .

Esto es a lo que comúnmente se le llama efecto P-Delta.

En la figura 2 se muestra el comportamiento de una columna bajo una carga creciente.



**Figura 2**

Diagrama de interacción P-M de una columna que muestra su comportamiento como columna corta y como columna esbelta

Si la columna es **corta**, su comportamiento estará definido por la línea recta **OC**, en cuyo caso su falla se alcanzaría en el punto **C** del diagrama de interacción. En cambio, si la columna es **larga**, su comportamiento estará definida por la línea curva **OB** y su falla se alcanzará, obviamente, para una menor carga axial, en el punto **B** del diagrama de interacción.

### 3. Factores que influyen en los efectos de esbeltez

Entre los aspectos más sobresalientes que intervienen en la magnitud de los fenómenos de esbeltez de las columnas se mencionan los siguientes:

- Rigidez global de la estructura.
- Relación entre la longitud no soportada del elemento y su sección transversal.
- Magnitud y permanencia de las cargas sobre la estructura.
- La magnitud de los desplazamientos laterales.
- Curvatura elástica de los elementos.
- La relación Momento-Curvatura.
- Cuantías de refuerzo y resistencia de materiales.
- El flujo plástico y la retracción de fraguado del concreto.
- Interacción suelo-estructura.

### 4. Evaluación de los efectos de esbeltez

Existen básicamente dos formas para evaluar los efectos de segundo orden en las estructuras de concreto reforzado de acuerdo con las Normas NSR-98:

1. Un procedimiento riguroso o de enfoque exacto.

## 2. *Un procedimiento aproximado o de enfoque práctico.*

Con relación al primero, la Norma establece en la Sección C.10.10.1 los fundamentos básicos que deben seguirse para ejecutar ese análisis, en el cual deben utilizarse las relaciones realistas de momento-curvatura y tener en cuenta, entre otras cosas, el efecto de la carga axial en la rigidez torsional y de flexión de las columnas, como también el efecto de los desplazamientos y giros sobre la magnitud de los momentos.

Como este procedimiento es muy elaborado y complejo, es necesario recurrir a programas de computadora escritos apropiadamente.

El segundo procedimiento es tal vez el más usado, y en las Normas NSR-98 se dan los criterios suficientes para que se estimen razonablemente, y fue el que se adoptó para desarrollarlo en el diagrama de flujo.

## 5. *Clasificación de los efectos de esbeltez*

Los efectos de esbeltez se clasifican, para su evaluación aproximada, en dos importantes grupos:

- *Efectos locales de esbeltez*
- *Efectos globales de esbeltez*

El primer grupo afecta a las columnas individualmente y se deben evaluar por separado en cada sentido principal de

su sección.

El segundo grupo afecta a todas las columnas y vigas que pertenecen a un piso en particular, y deben estimarse en cada sentido principal del nivel considerado.

## 6. *Importancia de los efectos de esbeltez*

Con un análisis elástico de primer orden sólo podemos obtener los efectos sobre la estructura al suponer que las acciones actúan de manera instantánea o simplemente suponiendo que no modifican su geometría inicial.

Por el contrario, con el análisis de segundo orden se obtiene la respuesta final de los efectos, cuyas magnitudes son, por lo general, casi siempre mayores, en la medida que la estructura no tenga la suficiente rigidez o las acciones sobre ella sean importantes.

## 7. *Efectos de esbeltez según el Decreto 1400 versus NSR-98*

Existe una diferencia considerable entre el Código Colombiano de Construcciones Sismo Resistente (Decreto 1400 de 1984), que estuvo vigente para nuestros procesos por más de 10 años, y las nuevas Normas de Construcción Sismo Resistente-NSR-98 que nos rige desde mediados de 1998.

Específicamente, en lo que concierne a la evaluación de los efectos de esbeltez o de segundo orden en las estructuras

de concreto reforzado, las diferencias son importantes y considero útil analizar algunos de sus planteamientos y criterios.

- En ambos códigos, los efectos pueden evaluarse considerando las características reales de la estructura, en la que sus propiedades reflejen su grado de fisuración, las deformaciones causadas por el flujo plástico y retracción del concreto, la influencia de las cargas axiales y los efectos causados por la deformación sobre los momentos y las fuerzas.
- De igual forma, como alternativa para evaluar estos efectos de esbeltez, ambos códigos establecen unas formulaciones y procedimientos secuenciales. Su punto de partida son los resultados del análisis elástico lineal de primer orden, que para su elaboración deben hacerse algunas consideraciones básicas con relación a las propiedades inerciales y de rigidez de los elementos estructurales.
- En este caso, la Norma NSR-98 es clara y propone alternativas para considerar las rigideces en el proceso analítico.
- Con base en los desplazamientos laterales o derivas que se obtienen del análisis de primer orden se establecen criterios que nos permiten decidir si es requerido o no un análisis adicional para considerar la esbeltez de los elementos. Estas propuestas están formuladas de manera diferente en

ambos códigos.

- Tal vez la diferencia más notoria está en el hecho que las Normas NSR-98 no considera evaluar separadamente los efectos de esbeltez para cargas gravitacionales, muertas y vivas y las laterales, provenientes del empuje permanente de tierras, sismo o viento, como si ocurría con el Decreto 1400 de 1984, que de acuerdo con la magnitud de los corrimientos horizontales obtenidos para cada condición de carga, vertical y horizontal era necesario o no un nuevo análisis para considerar los efectos de segundo orden.

## Referencias

Normas Colombianas de Diseños y Construcciones Sismo Resistente. NSR-98.

Código Colombiano de Construcciones Sismo Resistentes. Decreto 1400 de 1984.

Building Code Requirements For Structural Concrete. - ACI 318M-95.

CARREIRA, Domingo J. *Concrete International*, vol 20 N° 20, November 1998.

CHU-KIA WANG, CHARLES G SALMONS. *Reinforced Concrete Desing*. Six Editions. Harper Rows.

NAWY, Edward G. *Reinforced Concrete*. Third Editions. Prentice-Hall.

JAMES G MacGREGOR. *Reinforced Concrete*. Third Editions. Prentice-Hall.

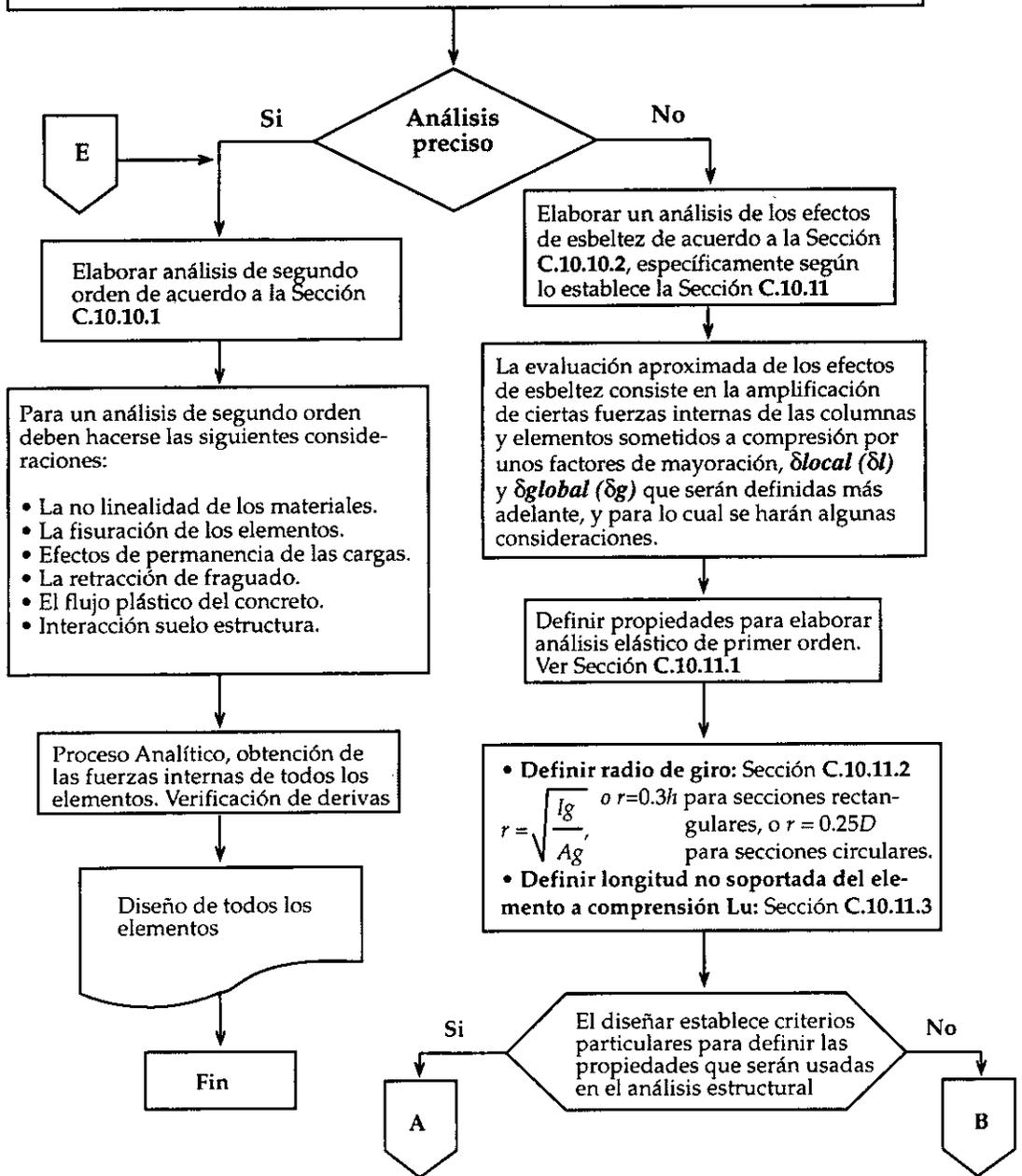
NILSON, Arthur H. *Design of Concrete Structures*. Twelfth Editions. McGraw-Hill.

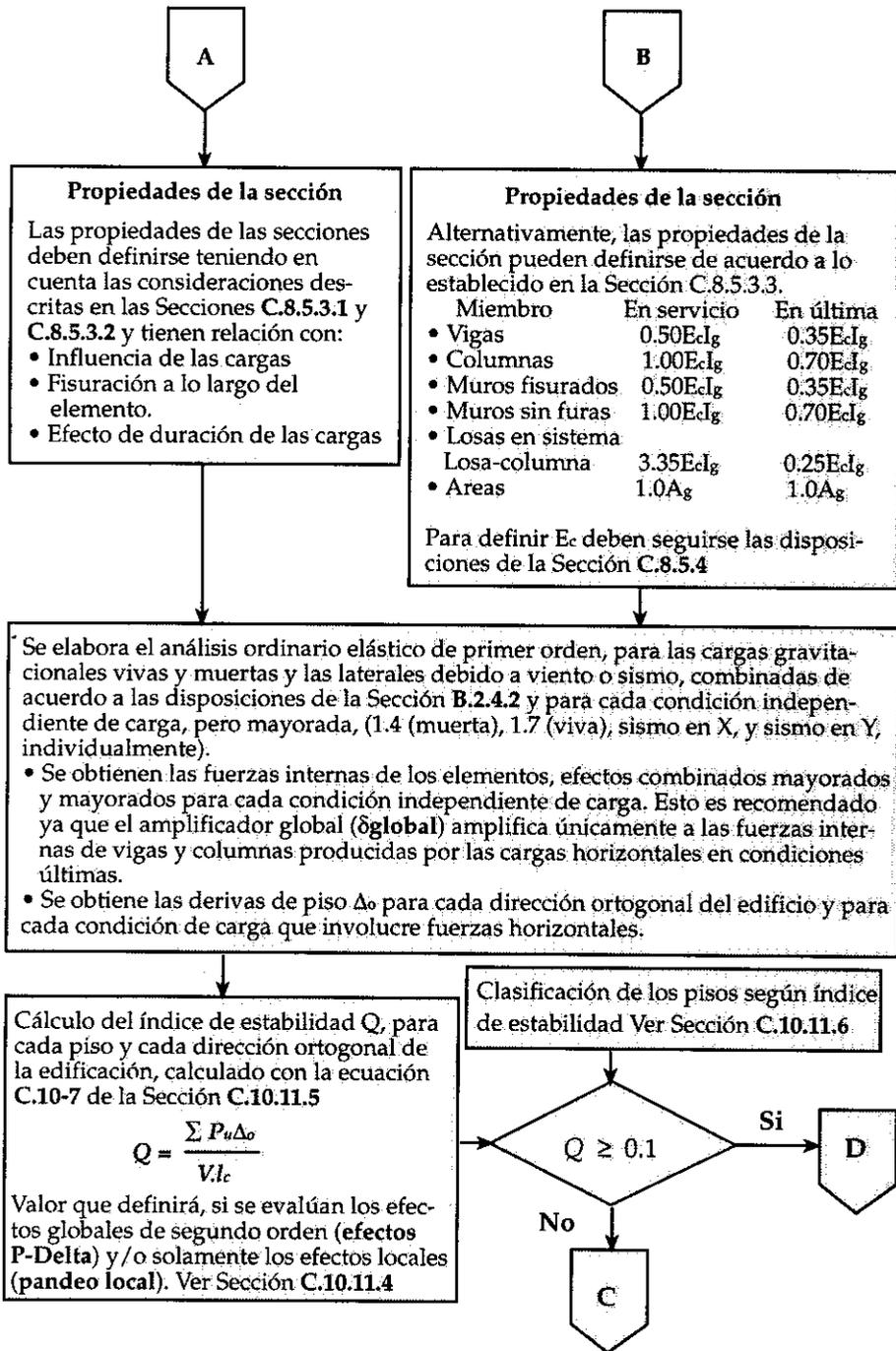
MEYER, Christians. *Design of Concrete Structures*. Printice-Hall.

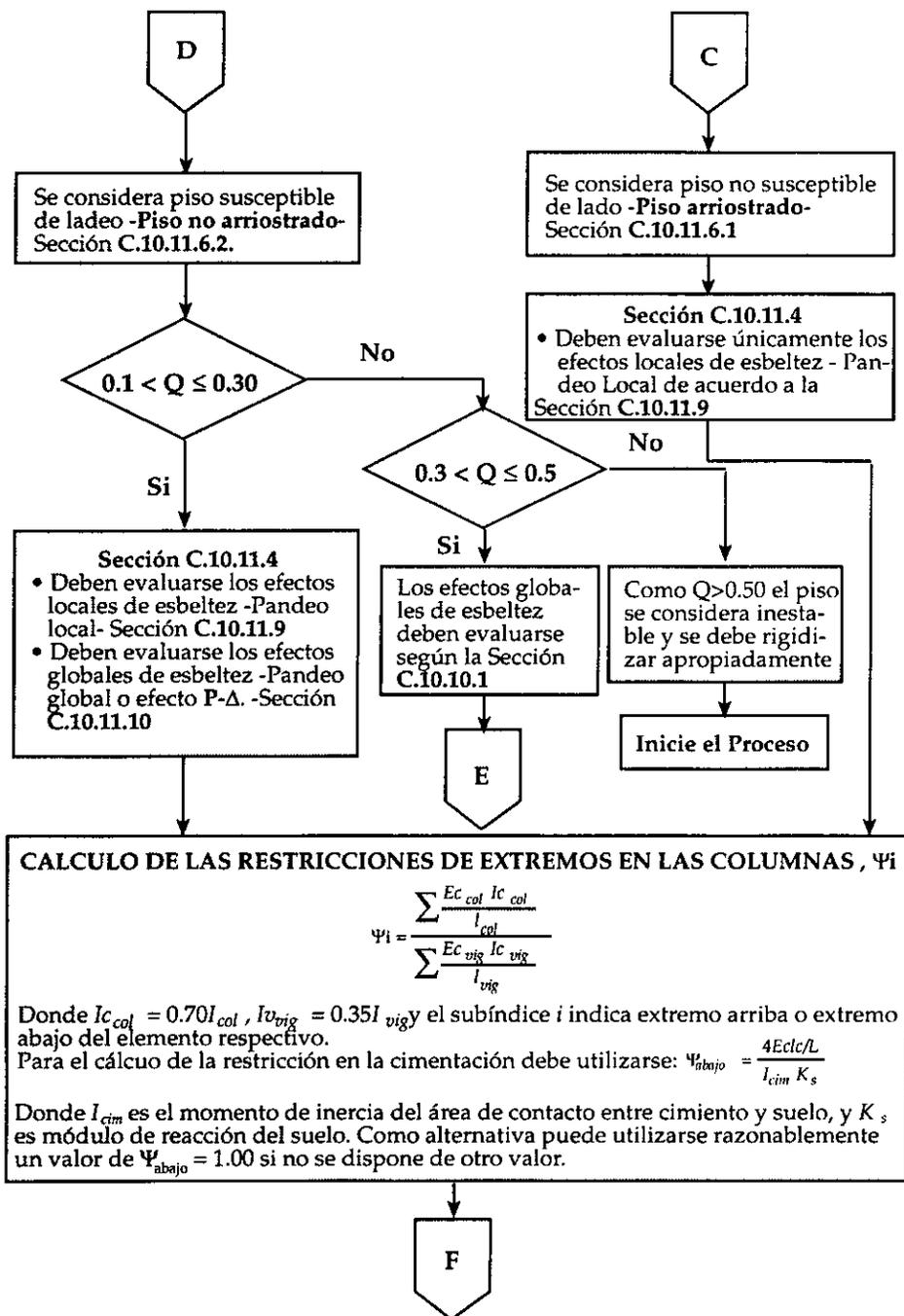
LEET, Kenneth y BERNAL, Dinisio. *Reinforced Concrete Design*. Third Editions. MacGraw-Hill.

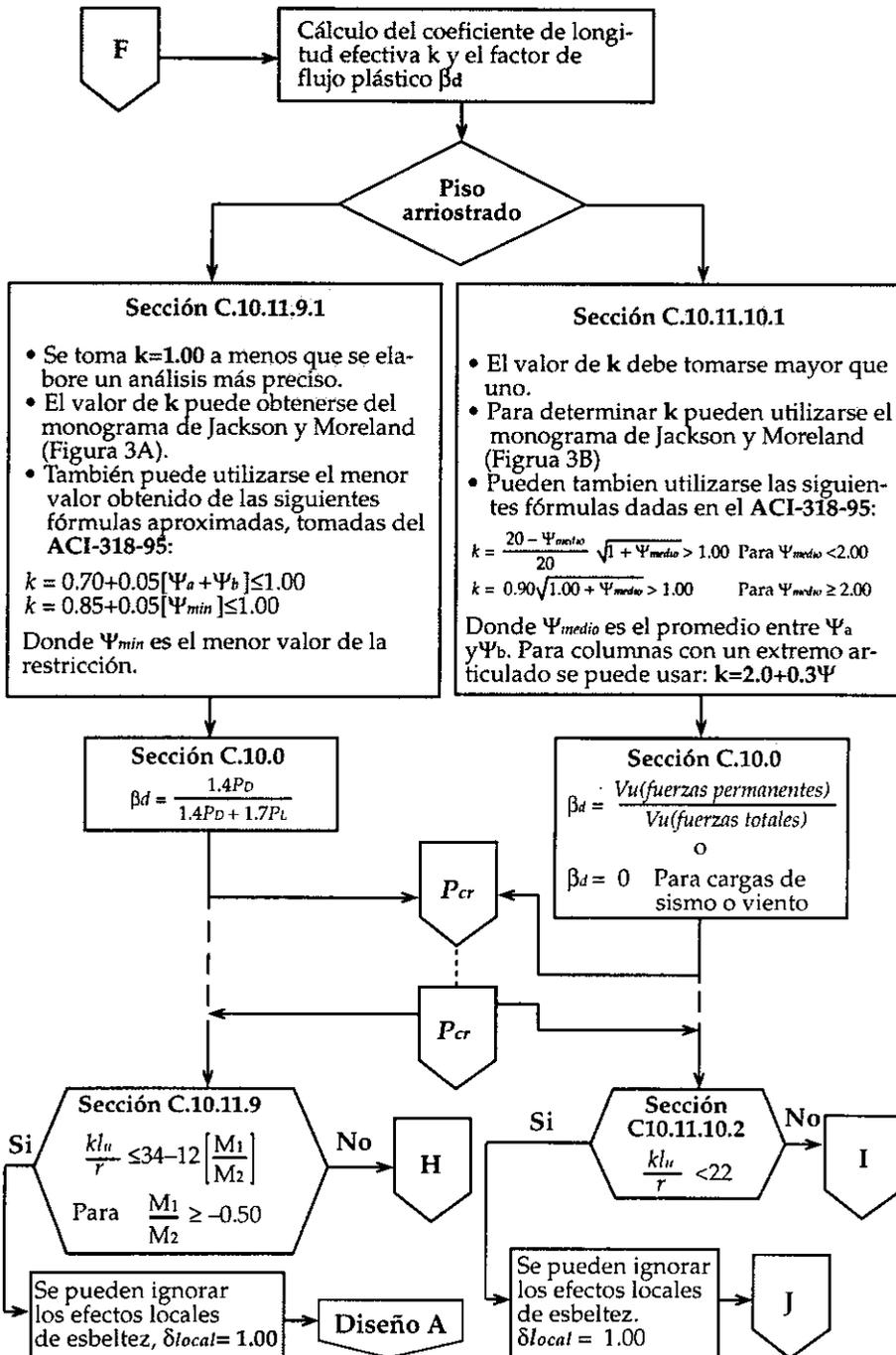
PARK y PAULAY. *Estructuras de Concreto Reforzado*. Limusa.

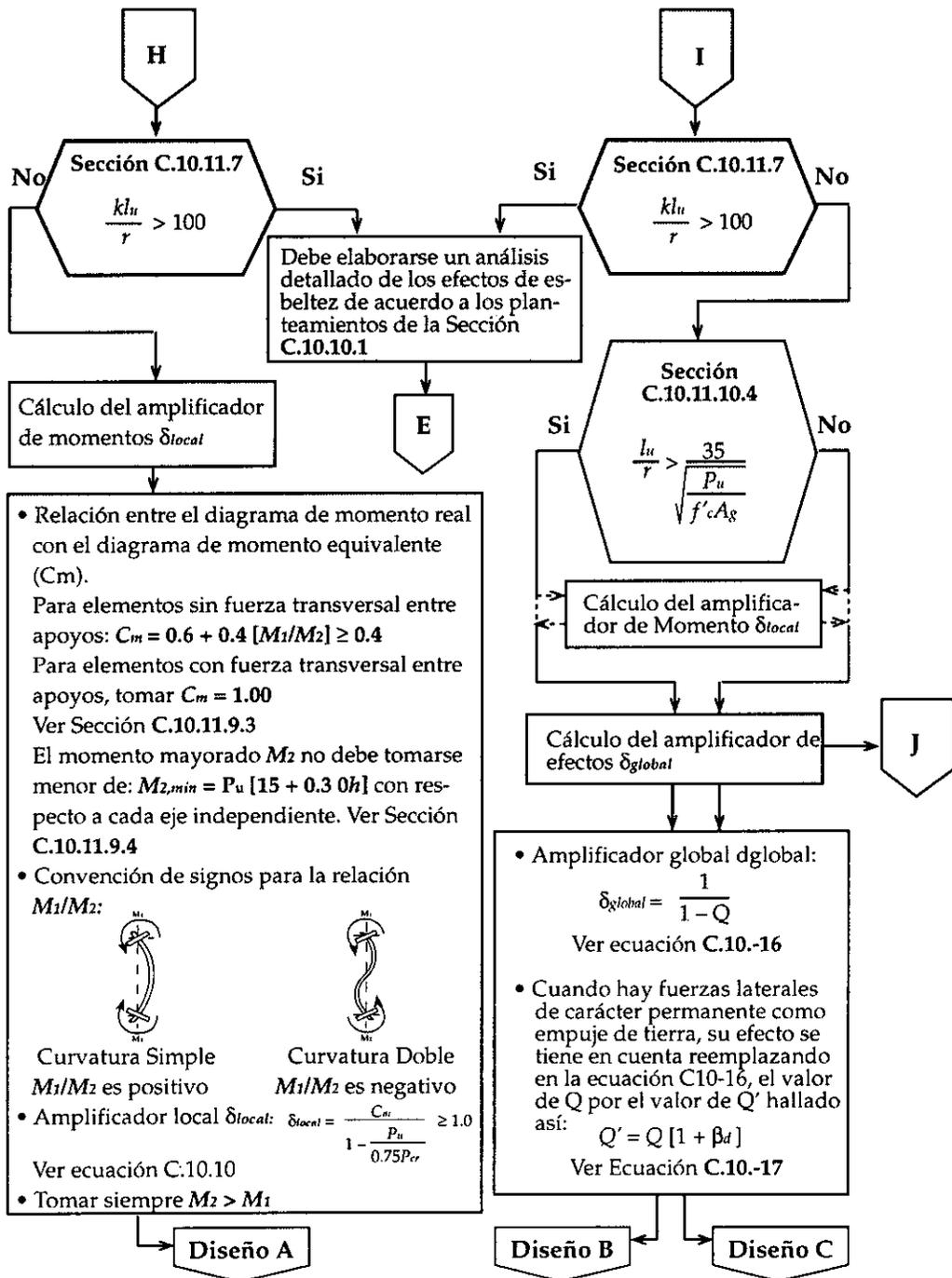
**DIAGRAMA DE FLUJO. Efectos de esbeltez en elementos sometidos a compresión según La Norma NSR-98**

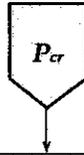










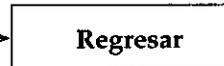


**Obtención de la carga crítica de pandeo  $P_{cr}$**

La carga crítica de pandeo de las columnas  $P_{cr}$  deben obtenerse para cada sentido con relación a sus ejes principales separadamente.

- Rigidez a la flexión:  $EI = \frac{0.2E_c I_g + E_s I_s}{1 + \beta_d}$  Ecuación C.10.12
- Rigidez a la flexión:  $EI = \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_d}$  Ecuación C.10.13
- Carga crítica:  $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2}$  Ecuación C.10.11

El resto de términos ya han sido definidos.



**Diseño de elementos en pisos no susceptibles de ladoeo**

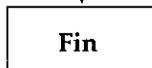
Momento de diseño:  $M_c = \delta_{local} M_2$  Ver Sección C.10.11.9.2  
 Diseñe para  $P_u$  y  $M_c$  como columna corta. Para flexión biaxial los momentos alrededor de cada eje deben ser magnificados separadamente basados en las condiciones de restricción correspondientes a cada uno de ellos.

Los efectos de diseño para los elementos de acuerdo a su combinación de carga son:

**Columnas:**  
 Condición:  $1.4D + 1.7L$   $P_u = 1.4P_D + 1.7P_L$   $M_2 = 1.4M_{2D} + 1.7M_{2L}$   $M_c = \delta [1.4M_{2D} + 1.7M_{2L}]$   
 $1.05D + 1.28L + E$   $P_u = 1.05P_D + 1.28P_L + P_E$   $M_c = \delta [1.05M_{2D} + 1.28M_{2L}] + M_E$   
 $0.9D = E$   $P_u = 0.9P_D + P_E$   $M_c = \delta [0.9M_{2D}] + M_E$

Para el cortante se aplica la misma forma que para la carga axial  $P_u$ .

**Vigas:**  
 Condición:  $1.4D + 1.7L$   $M_u = 1.4M_D + 1.7M_L$   $V_u = 1.4V_D + 1.7V_L$   
 $1.05D + 1.28L + E$   $M_u = 1.05M_D + 1.28M_L + M_E$   $V_u = 1.05V_D + 1.28V_L + M_E$   
 $0.9D + E$   $M_u = 0.9M_D + M_E$   $V_u = 0.9V_D + M_E$



## Diseño B

### Diseño de elementos en pisos susceptibles de lado

Las fuerzas internas de las vigas y columnas que correspondan a fuerzas horizontales mayores deben amplificarse por el coeficiente  $\delta_{global}$  ( $\delta g$ ). Ver Sección C.10.11.10.3

Las columnas pueden diseñarse como columnas cortas. Para flexión biaxial los momentos alrededor de cada eje deben ser magnificados separadamente basados en las condiciones de restricción correspondientes a cada uno de ellos.

Los efectos de diseño para los elementos de acuerdo a su condición de carga son:

Columnas:

Condición: **1.4D+1.7L**  
**1.05D+1.28L+E**  
**0.9D+E**

$$\begin{aligned} P_u &= 1.4P_D + 1.7P_L \\ P_u &= 1.05P_D + 1.28P_L + \delta_g P_E \\ P_u &= 0.9P_D + \delta_g P_E \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_x &= 1.4M_{1D} + 1.7M_{1L} \\ M_x &= \delta_i [1.05M_{2D} + 1.28M_{2L} + \delta_R M_E] \\ M_x &= \delta_i [0.9M_{2D} + \delta_R M_E] \end{aligned}$$

$$M_y = \delta_i [1.4M_{2D} + 1.7M_{2L}]$$

$$\begin{aligned} M_y &= \delta_i [1.05M_{2D} + 1.28M_{2L} + \delta_R M_E] \\ M_y &= \delta_i [0.9M_{2D} + \delta_R M_E] \end{aligned}$$

Para el cortante se aplica la misma forma que para la carga axial  $P_u$ .

Vigas:

Condición: **1.4D+1.7L**  
**1.05D+1.28L+E**  
**0.9D+E**

$$\begin{aligned} M_u &= 1.4M_D + 1.7M_L \\ M_u &= 1.05M_D + 1.28M_L + \delta_R M_E \\ M_u &= 0.9M_D + \delta_R M_E \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_u &= 1.4V_D + 1.7V_L \\ V_u &= 1.05V_D + 1.28V_L + \delta_R M_E \\ V_u &= 0.9V_D + \delta_R M_E \end{aligned}$$

## Diseño C

Fin

### Diseño de elementos en pisos susceptibles de lado.

Las fuerzas internas de las vigas y columnas que correspondan a fuerzas horizontales mayores deben amplificarse por el coeficiente  $\delta_{global}$  ( $\delta g$ ). Ver Sección C.10.11.10.3

Las columnas pueden diseñarse como columnas cortas. Para flexión biaxial los momentos alrededor de cada eje deben ser magnificados separadamente basados en las condiciones de restricción correspondientes a cada uno de ellos.

Los efectos de diseño para los elementos de acuerdo a su condición de carga son:

Columnas:

Condición: **1.4D+1.7L**  
**1.05D+1.28L+E**  
**0.9D+E**

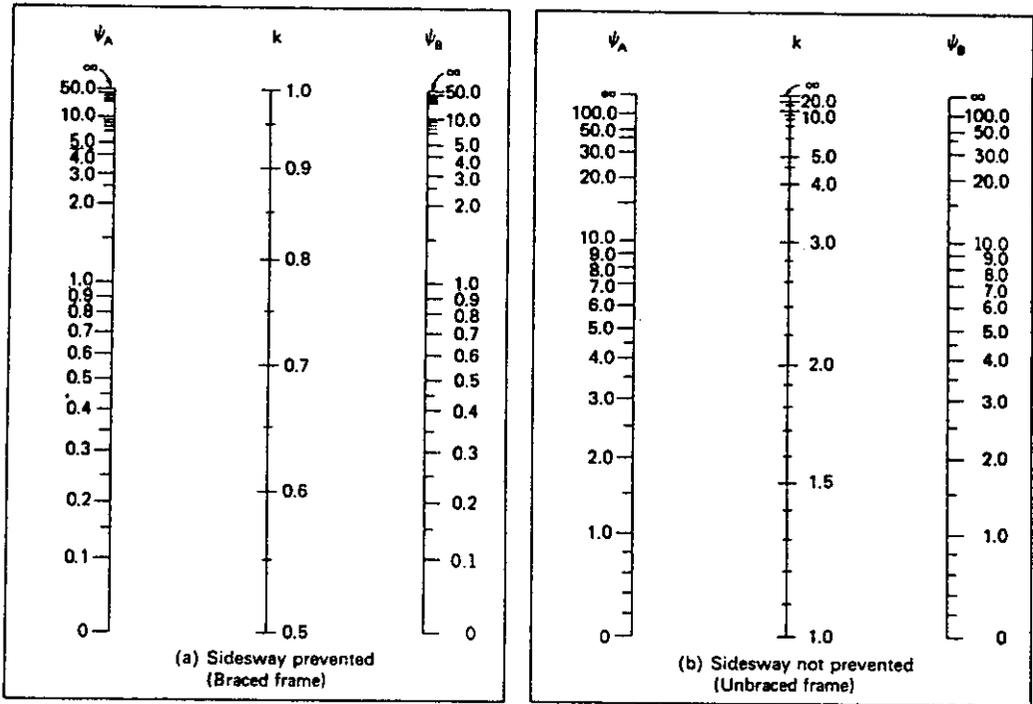
$$\begin{aligned} P_u &= 1.4P_D + 1.7P_L \\ P_u &= 1.05P_D + 1.28P_L + \delta_g P_E \\ P_u &= 0.9P_D + \delta_g P_E \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_x &= 1.4M_{1D} + 1.7M_{1L} \\ M_x &= \delta_i [1.05M_{2D} + 1.28M_{2L}] + \delta_R M_E \\ M_x &= \delta_i [0.9M_{2D}] + \delta_R M_E \end{aligned}$$

$$M_y = \delta_i [1.4M_{2D} + 1.7M_{2L}]$$

FIN

Monogramas de Jackson y Moreland, para obtener los factores de longitud efectiva de columnas



**A**  
Sistemas arriostrados

**B**  
Sistemas no arriostrados

Figura 3