

# Simulación

## Herramienta para el estudio de sistemas reales

Alfonso Manuel Mancilla Herrera\*

---

### Resumen

*John Von Neumann, Stanislaw Ulam y D. H. Lehmer deben ser considerados entre los pioneros en el campo de la simulación. Gracias a sus trabajos, realizados en la década de los cuarenta, y a la evolución del hardware y el software, la simulación se ha difundido y popularizado hoy, y se ha convertido en una valiosa herramienta de análisis disponible para el diseño y operación de procesos o sistemas complejos. La simulación requiere de la construcción de un modelo del sistema y el uso experimental de éste para estudiar un problema específico. En este artículo se hace una reseña de la concepción moderna de simulación, sus áreas de aplicación, ventajas, desventajas, y se ilustra con un ejemplo.*

**Palabras claves:** Hardware, Software, Monte Carlo, estocástico, azar.

### Abstract

*John Von Neumann, Stanislaw Ulam y D. H. Lehmer most be considered pioners in simulation field. Because of their work, carried out in the 1940's, and hardware and software evolution, simulation has widespread and made popular nowadays. It has become a valuable analysis tool available for designing and operatin complex process or systems. Simulation requires the building of a system model and its experimental use in order to study a specific problem. In this paper, a summary of simulation modern conception, its application fields, adventajas and disadvantages and examples are presented.*

**Key words:** Hardware, software, Monte Carlo, hazard, stochastic.

---

Fecha de recepción: Septiembre 1 de 1999

## 1. INTRODUCCIÓN

«Simulación» puede ser un término ex-

---

\* Licenciado en Ciencias de la Educación; Especialidad en Física y Matemática de la Universidad del Atlántico; Ingeniero de Sistemas de la Universidad del Norte; Especialista en Ingeniería del Software de la Universidad Industrial de Santander, UIS; Msc en Ciencias de la Computación, ITESM-UNAB (candidato).

(E-amil: amancill@uinorte.edu.co).

tremadamente general; sin embargo, el uso moderno de esta palabra data de la Segunda Guerra Mundial. Los científicos John Von Neumann y Stanislaw Ulam introdujeron el término *Simulación de Monte Carlo* cuando ambos trabajaban en el proyecto Manhattan del Laboratorio Nacional los Alamos, California. Los físicos se enfrentaban a ciertos problemas de protección nuclear

que eran o demasiado costosos para resolverse experimentalmente o demasiado complejos para ser resueltos analíticamente.

En su investigación acerca de la difusión de los neutrones, los dos matemáticos sugirieron una solución que equivalía a someter el problema a una ruleta. Paso a paso, las probabilidades de los diversos acontecimientos se unieron en una imagen total que dio una solución aproximada, aunque práctica, del problema. Von Neumann dio el nombre clave de «Monte Carlo» a los trabajos secretos de los Alamos como una codificación del proyecto secreto del Departamento de Defensa de Estados Unidos que ellos conducían. Se inspiró, obviamente, en los casinos de juegos de azar de Monte Carlo (principado de Mónaco).

## 2. ¿QUÉ ES SIMULACIÓN ?

«Simulación» es una de las más poderosas herramientas de análisis disponibles para el diseño y operación de procesos o sistemas complejos. Se define como el proceso de diseñar un *modelo* de un *sistema* real y conducir experimentos con este modelo, con el propósito de comprender el comportamiento del sistema y/o evaluar varias estrategias para la operación del Sistema.

Actualmente, la simulación es más popular y poderosa gracias a la evolución del *hardware* y al desarrollo del *software*. En la actualidad existen productos de propósito específico para la simu-

lación, con características interesantes, como su fácil uso, ambiente gráfico interactivo, poderosas instrucciones para el manejo de fenómenos de líneas de espera, procesos de manufactura, y otras. Además, dicho *software* ofrece la posibilidad de diseñar e implementar interfaces con otras aplicaciones, gracias al enfoque orientado a objetos en que se fundamenta. Algunos de estos productos son: SIMAN, ARENA, PROMODEL, MASTERCAM, SIM++, GPSS, SINSRIPT, SLAM II, MODSIM II, AUTOMOD II, SINFACORY, NETWORK II Y COMNET III.

## 3. ÁREAS DE APLICACIÓN

Las áreas de aplicación para la simulación son diversas y numerosas. Algunos tipos de problemas para los cuales, en particular, la simulación ha probado ser una herramienta útil y poderosa son los siguientes:

- Análisis financiero o sistemas económicos.
- Sistemas de líneas de espera.
- Sistemas de producción.
- Evaluación de nuevas armas o tácticas militares.
- Diseño y análisis de sistemas manufactureros.
- Evaluación de los requerimientos de *hardware* y *software* para un sistema computacional.

- Determinar políticas de ordenamiento en un sistema de inventario.
- Diseño de sistemas de comunicación y mensajes de protocolo para ellos.
- Diseño y operación de facilidades de transporte, tales como autopistas, aeropuertos, metros o puertos.
- Evaluación de diseño para organizaciones de servicio, tales como hospitales, oficinas postales o restaurantes de comida rápida.

Como técnica, la simulación es una de las más ampliamente utilizadas en investigación de operaciones, ciencias administrativas, ciencias sociales, ciencias naturales e ingeniería. El valor y utilización de la simulación se ha incrementado, debido a las mejoras en el poder computacional y en el *software* de simulación. Sin embargo, ha habido algunos impedimentos para la aceptación y la utilidad de la simulación, básicamente porque los modelos utilizados para estudiar sistemas a gran escala tienden a ser muy complejos.

#### 4. SOLUCIÓN ANALÍTICA

Se utiliza el computador con el fin de imitar, o *simular*, las operaciones de varios tipos de procesos o facilidades del mundo real. La facilidad o el proceso de interés es usualmente llamado *sistema*, y con objeto de estudiarlo científicamente, a menudo se tienen que hacer una serie de supuestos acerca de cómo trabaja. Estos supuestos, los cuales

generalmente toman la forma de relaciones lógicas o matemáticas, constituyen un *modelo*, que es usado para tratar de ganar algo de entendimiento de cómo trabaja el sistema correspondiente. Si las relaciones que componen el modelo son lo suficientemente simples, puede ser posible utilizar métodos matemáticos como el álgebra, el cálculo, el análisis numérico y la teoría de la probabilidad para obtener información *exacta* sobre asuntos de interés; esto es lo que se llama una *solución analítica*. Sin embargo, la mayoría de los sistemas del mundo real son demasiado complejos como para permitir ser evaluados analíticamente por modelos realistas, y estos modelos deben ser estudiados por medio de simulación. En una *simulación* se utiliza un computador para evaluar *numéricamente* un modelo, y se recolectan datos con el fin de *estimar* las verdaderas características del modelo.

#### 5. SOLUCIÓN ANALÍTICA VS. SIMULACIÓN

Una vez que se ha construido un modelo matemático, debe ser examinado para ver cómo puede ser utilizado para responder las preguntas de interés acerca del sistema que se supone representa. Si el modelo es lo suficientemente sencillo, puede ser posible trabajar con sus relaciones y cantidades para obtener una *solución analítica* exacta.

Pero algunas soluciones analíticas pueden volverse extraordinariamente complejas, debido a lo cual requieren vastos recursos computacionales. In-

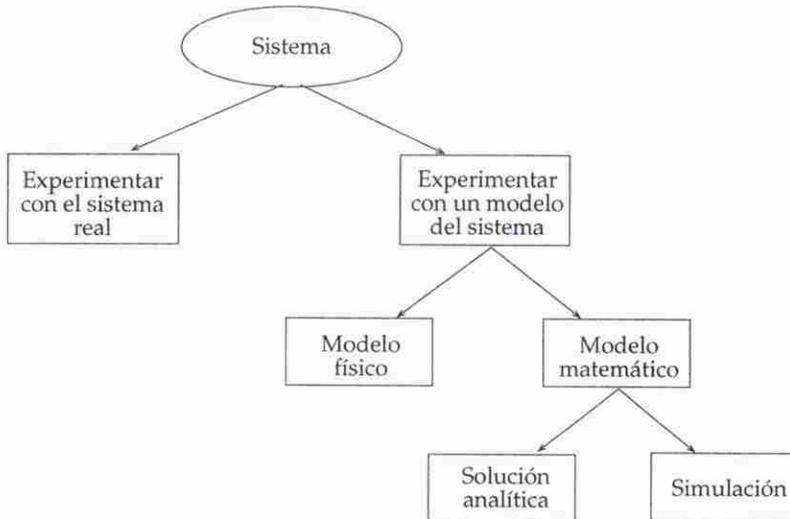
vertir una matriz de un gran tamaño es un ejemplo bien conocido de una situación en la cual hay una fórmula analítica que se conoce al principio, pero obtenerla numéricamente en un instante dado está lejos de lo trivial. Si hay disponibilidad de una solución analítica para un modelo matemático y es computacionalmente eficiente, generalmente será deseable estudiar el modelo en esta forma en lugar de utilizar una simulación. Sin embargo, muchos sistemas son altamente complejos, de modo que modelos matemáticos válidos de ellos son en sí mismos complejos, lo cual impide cualquier posibilidad de solución analítica. En este caso, el modelo debe ser estudiado por medio de una *simulación*, por ejemplo, ejercitando numéricamente el modelo para las entradas en cuestión, con el fin de ver cómo afectan las medidas de desempeño resultantes. La siguiente figura

muestra diferentes maneras en que puede ser estudiado un sistema.

## 6. SIMULACIÓN MONTE CARLO

El método de Montecarlo, que en realidad es el estudio de las leyes de azar, tuvo tanto éxito en los problemas de difusión de neutrones, que más tarde su popularidad se amplió y comenzó a utilizarse en otras áreas.

Aunque el método de Montecarlo sugiere el empleo de ruletas o dados, en realidad, hoy se emplean *números aleatorios*. El método se usa para resolver problemas derivados de fenómenos estocásticos, en los que la experimentación física es impracticable, y es imposible la creación de una fórmula exacta; también se adapta a la resolución de problemas determinísticos difíciles, como la evaluación de integrales múltiples y otros.



Formas de estudiar un sistema

Definimos la simulación *Monte Carlo* como un esquema que utiliza números aleatorios o variables aleatorias uniformes estándares  $X \sim U(x, a=0, b=1)$ , (léase:  $X$  es una variable aleatoria distribuida uniformemente, con valores  $x_i$  y parámetros  $a = 0$  y  $b = 1$  y función de densidad  $f_x(x) = (\frac{1}{b-a})$ , las cuales son utilizadas para resolver ciertos problemas estocásticos o determinísticos en los que el lapso de tiempo no juega un rol principal. Así, las simulaciones Monte Carlo son más bien estáticas que dinámicas.

**Ejemplo.** Suponer que se quiere evaluar la integral  $I = \int_a^b g(x)dx$ , donde  $g(x)$  es una función de valor real que no es analíticamente integrable. Para ver cómo este problema *determinístico* puede ser enfocado desde una simulación Monte Carlo, definamos la variable aleatoria  $Y = (b-a)g(X)$ , donde  $X$  es una variable aleatoria continua uniformemente distribuida en el intervalo  $[a,b]$ , denotada por  $X \sim U(x, a, b)$ . Entonces, el valor esperado de  $Y$  es:  
 $E(Y) = E[(b-a)g(X)] = (b-a)E[g(X)] = (b-a) \int_a^b g(x)f_x(x)dx = (b-a) \int_a^b \frac{g(x)}{(b-a)}dx = I$   
 donde  $f_x(x) = \frac{1}{b-a}$  es la función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria  $X \sim U(x, a, b)$ . Así, el problema de evaluar la integral ha sido reducido a uno que estima el valor esperado  $E(Y)$ . En particular, deberá estimarse  $E(Y) = I$  para la media de la muestra

$$\bar{Y}(n) = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} = (b-a) \frac{\sum_{i=1}^n g(X_i)}{n}$$

Donde  $X_1, X_2, \dots, X_n$  son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas,  $X_i \sim U(x_{ij}, a_i, b_i)$ . Además, se puede demostrar que  $E(\bar{Y}(n)) = I$ , esto es,  $(\bar{Y}(n))$  es un estimador insesgado de  $I$ , y  $Var[(\bar{Y}(n))] = \frac{Var(Y)}{n}$ . Asu-

miendo que  $Var(Y)$  es finita, se deduce que  $\bar{Y}(n)$  estará cerca de  $I$  para un  $n$  suficientemente grande (con probabilidad 1).

Para ilustrar numéricamente el esquema anterior, se supone que se quería evaluar la integral  $I = \int_0^{\pi} \sin x dx$ , la cual, puede demostrarse con cálculo elemental, tiene un valor de 2. La tabla 1 muestra los resultados de aplicar la simulación Monte Carlo a la estimación de esta integral para diferentes valores de  $n$ .

la simulación Monte Carlo es hoy utilizada ampliamente para resolver ciertos problemas en estadística que no son analíticamente tratables. Por ejemplo, se ha aplicado para estimar los valores críticos o el poder de una nueva prueba de hipótesis.

## 7. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LA SIMULACIÓN

Algunas posibles ventajas de la simulación son las siguientes:

Tabla 1

$\bar{Y}(n)$ para varios valores de $n$ resultados de aplicar simulación Monte Carlo para la estimación de la integral $\int_0^\pi \text{sen}x dx = 2$					
n	10	20	40	80	160
$\bar{Y}(n)$	2.213	1.951	1.948	1.989	1.993

- La mayoría de los sistemas complejos del mundo real que tienen elementos estocásticos no pueden ser descritos con precisión por un modelo matemático que pueda ser evaluado *analíticamente*.
- La simulación permite estimar el desempeño de un sistema existente bajo algún conjunto de condiciones de operación proyectadas.
- Diseños propuestos de sistemas alternativos (o políticas alternativas de operación para un sistema sencillo) pueden compararse por medio de la simulación para ver cuál llena mejor los requerimientos especificados.
- En una simulación podemos mantener mejor control sobre condiciones experimentales que se presentarían en los sistemas mismos.
- La simulación nos permite estudiar un sistema con amplio marco de tiempo –por ejemplo, un sistema económico– en tiempo comprimido, o alternativamente estudiar en de-

talle el desempeño de un sistema en tiempo expandido.

La simulación no está exenta de inconvenientes. Algunas desventajas son las siguientes:

- Cada corrida de un modelo *estocástico* de simulación produce sólo *estimados* de las verdaderas características del modelo para un conjunto en particular de parámetros de entrada. Así, probablemente se requerirán muchas corridas independientes del modelo para cada conjunto de parámetros de entrada que va a ser estudiado. Por esta razón, los modelos de simulación generalmente no son tan buenos en la optimización como lo son en la comparación de un número fijo de diseños alternativos de sistemas especificados.
- Los modelos de simulación algunas veces son costosos y consumen tiempo para su desarrollo.
- El gran volumen de números producidos por un estudio de simula-

ción o el impacto persuasivo de una animación realista a menudo crea una tendencia a depositar mayor confianza en los resultados de un estudio que en su justificación. Si un modelo no es una representación «válida» del sistema bajo estudio, los resultados de la simulación, no importa cuán impresionantes parezcan, proporcionarán información poco útil acerca del sistema.

Cuando se va a decidir si un estudio de simulación es apropiado o no en una situación dada, sólo se puede advertir que estas ventajas e inconvenientes deben tenerse en mente, así como todas las demás facetas relevantes de una situación particular. Finalmente, debe observarse que en algunos estudios tanto la simulación como los modelos analíticos pueden ser útiles. En particular, la simulación puede ser utilizada para verificar la validez de los supuestos necesarios en el modelo analítico. Por otro lado, un modelo analítico puede sugerir alternativas razonables para investigar en un estudio de simulación.

Asumiendo que la decisión de utilizar una herramienta de simulación ha sido tomada prudentemente, encontramos que hay muchas trampas en el camino de la culminación exitosa de un estudio de simulación:

- Mal utilización de la animación.
- Fallas en tener un conjunto bien definido de objetivos al comienzo del estudio de simulación.

- Nivel de detalle inapropiado del modelo.
- Fallas administrativas a través del curso de un estudio de simulación.
- Tratar un estudio de simulación como si primero fuera un ejercicio complicado en programación de computadores.
- Utilizar descuidadamente *software* comercial de simulación que puede contener errores o cuyas complejas macro declaraciones pueden no estar bien documentadas y pueden no implementar la lógica de modelamiento deseada.
- Confianza en simuladores que pretenden hacer accesible la simulación a «cualquiera».
- Fallas al explicar correctamente las fuentes de aleatoriedad en el sistema real.
- Utilizar distribuciones arbitrarias (por ejemplo, normal y uniforme) como entradas de la simulación.
- Analizar los resultados de la corrida de una simulación utilizando fórmulas estadísticas que asumen independencia.
- Hacer una sola réplica del diseño de un sistema particular y tratar los resultados como si fueran la «verdadera» respuesta.

- Comparar diseños alternativos del sistema sobre la base de una réplica para cada diseño.
- Utilizar medidas de desempeño erróneas.

## CONCLUSIONES

En el estudio de los sistemas reales, nos enfrentamos con frecuencia a limitaciones de naturaleza física o económica, porque puede resultar demasiado costoso resolver experimentalmente problemas que se deriven del estudio de éstos o, con frecuencia, resultan problemas demasiado complejos para ser resueltos analíticamente. Por ello, usualmente es necesario construir un modelo como una representación del sistema, el cual puede ser un modelo físico (o icónico) o un modelo matemático.

Cuando se trata de un modelo matemático cuya solución analítica es compleja o no se conoce, disponemos entonces de una técnica, la simulación, como una alternativa accesible, de costos razonables y muchas facilidades, como las aquí presentadas, para la solución de problemas con ayuda del computador. La simulación nos permitirá hacer análisis de sensibilidad, modificando los parámetros fundamentales en el modelo, sin necesidad de destruir o alterar el sistema real. Estudiando el comportamiento del sistema, dentro de los límites que imponen los supuestos establecidos en el modelo.

No se ha dicho ni escrito aún la última palabra sobre este, para mí, apasionante tema; por el contrario, la simulación se constituye en un amplio campo para la investigación.

## Referencias

- LEHMER, D.H. *Mathematical methods in large-scale computing units*. In Proc. 2<sup>nd</sup> Sympos. on Large-Scale Digital Calculating Machinery. Cambridge, MA, 1949, Cambridge, MA, 1951, Harvard University Press.
- KNUTH, Donald E. *The art of computer programming*. E.U., Addison-Wesley, 1969.
- SHANNON, Robert E. *System simulation: The art and science*. Prentice-Hall, 1975.
- AVERRILL M Law., W. David Kelton. *Simulation modeling and analysis*. Second Edition. USA, McGraw-Hill, 1991.
- THIERAUF, Robert J. and GROSSE, Richard A. *Toma de decisiones por medio de investigación de operaciones*. México, Limusa, 1983.
- <http://random.mat.sbg.ac.at/>  
<http://random.mat.sbg.ac.at/literature/#Philosophy>
- LEEB, H. *Random Numbers for Computer Simulation*. Master's thesis, University of Salzburg, 1995. Abstract available.

## TERMINOLOGÍA

- *Modelo*: Representación de un objeto, sistema o idea, de forma diferente a la de la identidad misma.
- *Sistema*: Conjunto de entidades, por ejemplo, personas o máquinas, que actúan e interactúan juntas por el cumplimiento de algún fin lógico.
- *Hardware*: Conjunto de dispositivos físicos componentes de un computador.
- *Software*: Conjunto de programas que se ejecutan en un computador.

- **Monte Carlo:** Clave utilizada por Neumann y Ulam durante la Segunda Guerra Mundial en el proyecto Manhattan. En muchas ocasiones se utiliza este término como sinónimo de «simulación».
- **Números aleatorios:** Secuencia de números generados por dispositivos físicos (dados,

ruletas), electrónicos o a través del uso de relaciones matemáticas recursivas implementadas en un computador. Estos números son totalmente determinísticos, pero como pasan un conjunto de pruebas estadísticas, se les conoce como *pseudo-aleatorios* o *aleatorios*.