

Análisis cinemático de un robot autónomo con ruedas *

Royman López Beltrán**, Carlos D. Paternina Arboleda***
Laboratorio de Robótica y Automatización de la Producción
Universidad del Norte

Resumen

En este artículo se muestra un algoritmo para el análisis cinemático de una configuración Multi Degree Of Freedom (MDOF) de un robot autónomo con ruedas. También se presentan los resultados de la simulación cinemática desarrollada a través del programa Visual Nastran 4D. Esta investigación fue desarrollada para la generación de un robot autónomo de limpieza, específicamente de un robot aspiradora de limpieza.

Palabras claves: Robot móvil, cinemática, MDOF, centro instantáneo de rotación.

Abstract

This paper presents an algorithm that describes the kinematics analysis of a Multi Degree Of Freedom (MDOF) configuration of a wheeled autonomous mobile robot. The results of the kinematic simulation, with the use of the Visual Nastran 4D program, are also shown. This research was developed to generate an autonomous cleaner robot, specifically a vacuum cleaner robot.

Key words: Mobile robot, kinematic, MDOF, instantaneous center of rotation.

Fecha de recepción: 14 de febrero de 2001

* Este artículo fue escrito con base en la tesis de los autores «Diseño y construcción de la estructura mecánica de un robot autónomo de limpieza».

** Estudiante de décimo semestre de Ingeniería Mecánica de la Universidad del Norte. Miembro del grupo de investigación en Robótica y Automatización de la misma Universidad y de la Asociación Colombiana de Automática (ACA).

*** Coordinador Laboratorio de Robótica y Automatización, Universidad del Norte. Ingeniero Industrial de esta misma universidad. Maestría en Ingeniería Industrial y Ph.D. en Ingeniería Industrial, University of South Florida. Miembro de IIE (Institute of Industrial Engineers), SME (Society for Manufacturing Engineers) y de RI (Robotics International) de SME. (e-mail: cpaterni@uninorte.edu.co)

INTRODUCCIÓN

La robótica móvil ofrece un amplio campo de investigación y se presenta como una ciencia portadora de soluciones a muchas necesidades y tareas que limitan al hombre en su quehacer diario. Por esta razón, en el Laboratorio de Robótica y Producción Automática de la Universidad del Norte se han desarrollado varios proyectos de investigación en esta área, entre los cuales se encuentra

la generación de un robot autónomo de limpieza, el cual ha sido la base para la generación de esta publicación.

En este artículo se describe el análisis de la cinemática de la plataforma de un robot móvil con ruedas, configuración óptima en lo que concierne a facilidad de desplazamiento y a los rangos de velocidad que se pueden obtener. Dentro de la cinemática se realiza el correspondiente análisis de trayectoria del móvil, el análisis de variación del centro instantáneo de rotación del dispositivo y el análisis cinemático de las ruedas motoras de la plataforma.

Es importante aclarar que debido a las características específicas de la aplicación para la cual fue desarrollado este análisis, se harán unas consideraciones particulares que serán discutidas a lo largo de este artículo.

1. DESCRIPCIÓN DE LA PLATAFORMA

La plataforma consta de una configuración MDOF (*Multi Degree Of Freedom*), más específicamente, de dos grados de libertad¹ dados por los dos motores que posee el dispositivo. Este tipo de configuraciones son muy comunes en aplicaciones de robótica móvil; son las más simples de construir, más simples de maniobrar y más fáciles de controlar. Una desventaja de este tipo de dispositivos consiste en que no pueden sortear

¹ Mínimo número de coordenadas independientes que se necesitan para definir la posición y la orientación de un cuerpo en el espacio.

todo tipo de obstáculos ni terrenos, especialmente terrenos con inclinaciones y obstáculos grandes [1]. Sin embargo, estos sistemas, cuando son usados en superficies convenientes, pueden permitir altas velocidades de desplazamiento con mínima vibración, lo cual le da estabilidad a la plataforma que va a soportar toda la circuitería. En la figura 1 se observa el esquema de la plataforma utilizada para estudio.

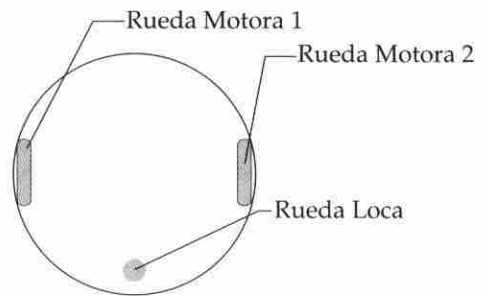


Figura 1. Esquema de la configuración cinemática analizada

En la figura 1 se observa la existencia de una rueda libre o rueda loca en la plataforma. Esta rueda cumple la función de contribuir con el equilibrio de la plataforma, ya que las ruedas locas no ejercen acción motora sobre el dispositivo y son movidas sólo por la fricción entre la rueda y la superficie de contacto.

La plataforma de estudio posee un codificador de posición incremental (*encoder*) en cada rueda para retroalimentarse de la posición y la velocidad de cada una de las ruedas en un instante dado. Los codificadores ópticos o *enco-*

ders incrementales constan, en su forma más simple, de un disco transparente con una serie de marcas opacas colocadas radialmente y equidistantes entre sí; de un sistema de iluminación en el que la luz es colineada de forma correcta, y de un elemento fotorreceptor (ver figura 2).

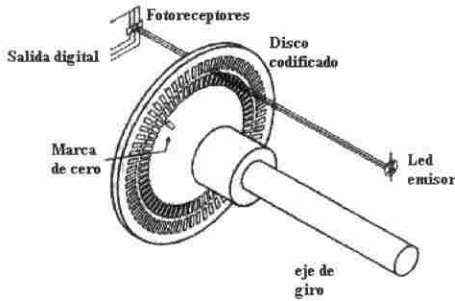


Figura 2. Disposición de un codificador óptico (*encoder*) incremental [2]

El eje cuya posición se quiere medir va acoplado al disco transparente. Con esta disposición, a medida que el eje gire irá generando pulsos en el receptor cada vez que la luz atraviese cada marca, y si se lleva una cuenta de estos pulsos es posible conocer la posición del eje.

2. APROXIMACIÓN MATEMÁTICA PARA LA DEFINICIÓN DE LA CINEMÁTICA DE LA PLATAFORMA COMO CUERPO RÍGIDO

Para la formulación de esta aproximación cinemática se tomó como guía el esquema de Johann Borestein [3] para robots móviles con ruedas. Se anota

que esta aproximación es válida para bajas velocidades de rotación de los motores, por lo que es aplicable para este caso, ya que en labores de limpieza y barrido es recomendable que el elemento de limpieza (terminal de aspiración, cepillo, etc.) sea operado con bajas velocidades de desplazamiento del móvil.

Se denota como $DU_{1,2}$ la distancia viajada por las ruedas 1 o 2, respectivamente, entre los instantes de tiempo t_{n-1} y t_n cualesquiera y N el número de pulsos que capta encoder en una revolución de la rueda. $N_{1,2}$ sería el número de pulsos que captaría el encoder del respectivo motor cuando la rueda se desplaza una distancia $DU_{1,2}$.

Para un tramo de distancia recorrido durante un diferencial de muestreo del encoder, se tiene:

$$\Delta U = \frac{2\pi r}{N} \Delta N_{1,2} \quad (\text{Ec. 2.1})$$

El cambio en la orientación viene dado por la magnitud del diferencial de ángulo (Dq) en función de la distancia recorrida y la separación entre las ruedas (b). Se asume que el motor 1 gira a una velocidad más alta que el motor 2. Aplicando trigonometría y simplificando la expresión se tiene:

$$\Delta\theta = \frac{\Delta U_1 - \Delta U_2}{b} \quad (\text{Ec. 2.2})$$

Este cambio de orientación produce el error de orientación del dispositivo,

el cual se puede aminorar aumentando la distancia b hasta un tamaño prudencial, con el fin de no exagerar el tamaño del dispositivo.

El cambio en traslación, es decir, la distancia recta equivalente que se traslada el móvil, es dada por:

$$\Delta U = \frac{\Delta U_1 + \Delta U_2}{2} \quad (\text{Ec. 2.3})$$

Conociendo el número de pulsos captados por los encoders de ambas ruedas es posible conocer el diferencial de los ángulos de orientación (Dq), con lo que se podría conocer el nuevo ángulo de orientación (q_n) basándose en el anterior ángulo de orientación y en el cambio de orientación. Por lo tanto

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \theta_n - \theta_{n-1} \\ \Rightarrow \theta_n &= \theta_{n-1} + \Delta\theta \end{aligned} \quad (\text{Ec. 2.4})$$

A continuación, tomando como referencia la figura 3, se plantearán las expresiones que permiten ubicar y conocer la posición de la plataforma en un plano referenciado en un origen de coordenadas, utilizando para este caso coordenadas cartesianas.

Luego, de la figura 3 se obtienen las siguientes expresiones para las coordenadas de posición del móvil en el plano:

$$x_n = x_{n-1} + \Delta U \cos\left(\frac{\theta_{n-1} + \theta_n}{2}\right) \quad (\text{Ec. 2.5})$$

$$y_n = y_{n-1} + \Delta U \sin\left(\frac{\theta_{n-1} + \theta_n}{2}\right) \quad (\text{Ec. 2.6})$$

La expresión que permite hallar las velocidades de desplazamiento de las ruedas es la siguiente:

$$V_{1,2} = \frac{\Delta U_{1,2}}{\text{Tiempo de muestreo}} = \frac{\Delta U_{1,2}}{T} \quad (\text{Ec. 2.7})$$

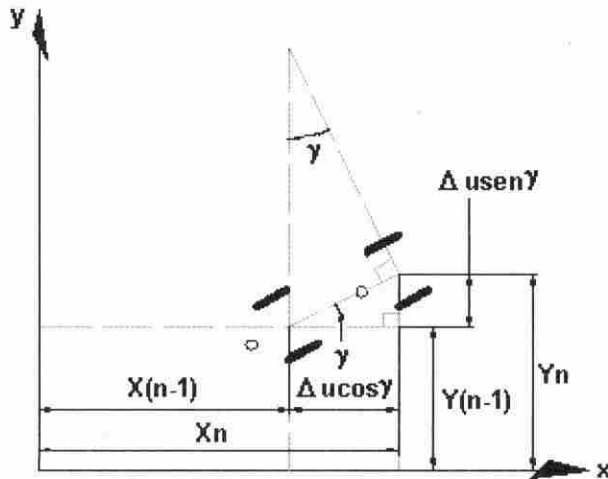


Figura 3. Definición de coordenadas para la localización planar de la plataforma

3. ANÁLISIS CINEMÁTICO DE LAS RUEDAS

3.1. Primer caso:

RUEDAS SIN DESLIZAMIENTO

3.1.1. Cinemática de partículas localizadas en la periferia de la rueda

Para la realización del análisis cinemático de las ruedas se supondrá que en un instante t la rueda posee la posición mostrada en la figura 4, donde C representa el centro de la rueda y O el centro instantáneo de rotación para la rueda en ese instante.

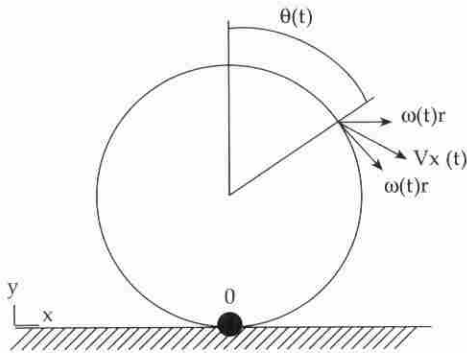


Figura 4. Configuración cinemática de una rueda, sin deslizamiento, en un instante t

El hecho de que el centro instantáneo de rotación se encuentre en el punto de contacto de la rueda con la superficie se debe a la carencia de deslizamiento en las ruedas.

Cabe recalcar que en la figura 4 se muestra que todas las partículas de la periferia de la rueda poseen una compo-

nente de velocidad horizontal en el sentido de desplazamiento de la rueda, y que es igual a la velocidad angular de la rueda por el radio de la misma. Dichas partículas también poseen otra componente, que es la velocidad tangencial, normal a la línea imaginaria que une la partícula con el centro de la rueda, y que también es igual a la velocidad angular de la rueda por el radio de la misma. Debido a estas dos componentes se puede establecer un triángulo de velocidades, donde se obtiene una resultante de las otras dos componentes, y esta resultante siempre será perpendicular a la línea que une al ICR con el punto en la periferia. Haciendo uso de principios matemáticos se obtiene una función para la velocidad de cada partícula basándose en el ángulo entre las componentes (θ) en función del tiempo. A continuación se define la relación:

$$V_x = \sqrt{2}\omega(t)r\sqrt{1 + \cos\theta(t)} \quad (\text{Ec. 3.1})$$

3.1.2. Cinemática de cualquier partícula localizada dentro de la rueda

En este ítem se muestra, para la rueda idealizada con carencia de deslizamiento, las consideraciones cinemáticas que permitan definir la posición, velocidad y aceleración final de cualquier partícula localizada dentro de la rueda, teniendo en cuenta que la rueda se traslada un Dx durante un instante de tiempo Dt . Para este artículo serán presentadas las ecuaciones de posición y velocidad de la partícula analizada.

En la figura 5 se puede observar el cambio de posición de la partícula de su posición inicial x a la posición final x' , suceso que se puede describir como una rotación pura con respecto a un punto C localizado por fuera del cuerpo rígido que constituye la rueda. Con respecto al origen que se ha establecido para el sistema de coordenadas, es posible encontrar las coordenadas que definen la posición final de la partícula.

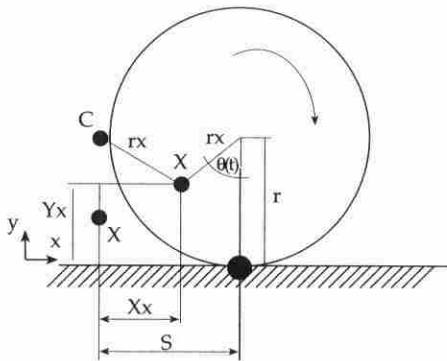


Figura 5. Cinemática para una partícula localizada en el interior de la rueda sin deslizamiento

Conociendo que la distancia que se desplaza la rueda es igual al arco de la circunferencia que realiza contacto con la rueda, se tiene que:

$$X_{x'}(t) = r\theta(t) - r_x \operatorname{sen}\theta(t) \quad (\text{Ec. 3.2})$$

$$Y_{x'}(t) = r - r_x \operatorname{cos}\theta(t) \quad (\text{Ec. 3.3})$$

Si se cumple que:

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

Entonces se pueden derivar las expresiones 3.2 y 3.3 y obtener las

ecuaciones de las velocidades, de la siguiente forma:

$$V_{x'}(t) = r\omega(t) - r_x\omega(t)\operatorname{cos}\theta(t) \quad (\text{Ec. 3.4})$$

$$V_{y'}(t) = r_x\operatorname{sen}\theta(t)\omega(t) \quad (\text{Ec. 3.5})$$

3.2. Segundo caso:

RUEDAS CON DESLIZAMIENTO

3.2.1. Cinemática de partículas localizadas en la periferia de las ruedas

Para esta demostración cinemática se supondrá que en un instante t la rueda posee la posición mostrada en la figura 6, donde C sigue representado el centro de la rueda y ahora el centro instantáneo de rotación no se encuentra localizado en O sino en O' para la rueda en ese instante.

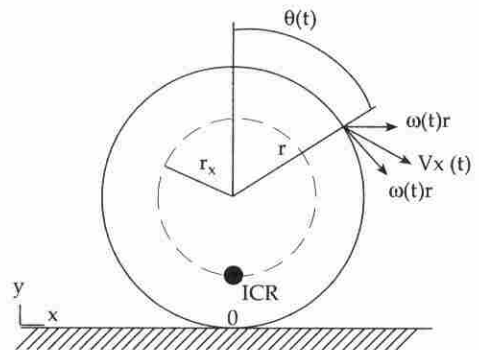


Figura 6. Configuración cinemática de una rueda, con deslizamiento, en un instante t

La presencia de deslizamiento se evidencia con el hecho de que el centro instantáneo de rotación no se encuentre ubicado en el punto de contacto entre la

rueda y la superficie y se encuentre localizado por encima del ICR para una rueda sin deslizamiento.

Realizando un proceso deductivo similar al desarrollado en el paso anterior, se puede encontrar la expresión que describe la magnitud de la velocidad de las partículas en la periferia basándose en el ángulo entre las componentes (q) en función del tiempo. La expresión es la siguiente:

$$V_{x'} = \omega(t) \sqrt{r^2 + r'^2 + 2r * r' \cos\theta(t)} \quad (\text{Ec. 3.6})$$

3.2.2. Cinemática de cualquier partícula localizada dentro de la rueda

De manera similar a como se trabajó para el caso de carencia con deslizamiento, para la rueda con presencia de deslizamiento se establecerán las consideraciones cinemáticas que permitan definir la posición, velocidad y aceleración final de cualquier partícula localizada dentro de la rueda, teniendo en cuenta que la rueda se traslada un Dx durante un instante de tiempo Dt .

En la figura 7 se representa de forma esquemática el cambio de posición de la partícula de su posición inicial x a la posición final x' . Constituye esencialmente la misma figura 5, pero se diferencia en que la magnitud del arco de circunferencia que representa el avance lineal de la rueda no viene dado en función del radio de la rueda sino en función del radio desde el centro de la rueda al centro instantáneo de rotación de la misma.

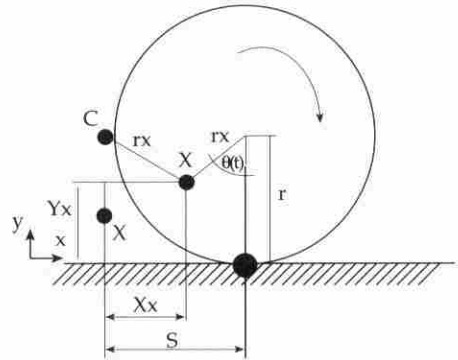


Figura 7. Cinemática para una partícula localizada en el interior de la rueda, con deslizamiento

Las nuevas expresiones de posición de la partícula X' serían las siguientes:

$$X_{x'}(t) = r_r \theta(t) - r_x \text{sen}\theta(t) \quad (\text{Ec. 3.7})$$

$$Y_{x'}(t) = r - r_x \text{cos}\theta(t) \quad (\text{Ec. 3.8})$$

Entonces se obtienen a partir de las ecuaciones 3.6 y 3.7 las expresiones de las velocidades:

$$V_{x_{x'}}(t) = r_r \omega(t) - r_x \omega(t) \text{cos}\theta(t) \quad (\text{Ec. 3.9})$$

$$V_{y_{x'}}(t) = r_x \text{sen}\theta(t) \omega(t) \quad (\text{Ec. 3.10})$$

4. ANÁLISIS DE VARIACIÓN DEL CENTRO INSTANTÁNEO DE ROTACIÓN (ICR)

Un cuerpo rígido que presenta un movimiento en el plano puede experimentar una rotación pura con respecto a un eje normal a la dirección del movimiento del cuerpo. En este caso, cada una de las partículas del cuerpo presentaría un eje instantáneo de rotación, que sería nor-

mal a la dirección de la velocidad que posee la partícula en ese momento. En este caso, dos partículas del mismo cuerpo poseerían dos distintos ejes instantáneos de rotación en un instante t , y el punto en el cual se corten los ejes instantáneos de rotación posee velocidad nula y es conocido como *centro instantáneo de rotación* (ICR). Obviamente, al considerarse un movimiento de rotación pura con respecto al centro instantáneo de rotación, la velocidad angular de todas las partículas del cuerpo será la misma en ese instante, por lo que es válida la siguiente expresión:

$$\frac{V_1(t)}{V_2(t)} = \frac{r_1(t)}{r_2(t)} \quad (\text{Ec. 4.1})$$

Siendo $r_1(t)$ la distancia desde el ICR hasta el punto 1 y $r_2(t)$ la distancia desde ICR hasta el punto 2.

En este ítem, a partir de los datos conocidos, que en este caso serían la posición inicial y las velocidades de los motores, se definirán a continuación las posibilidades de variación del ICR según la configuración de la plataforma.

- **Caso 1:** Los dos motores de la plataforma se encuentran girando en el mismo sentido y con la misma magnitud de velocidad.

En este caso, tomando el punto 1, el punto que en ese momento está en contacto con la superficie de la llanta 1 y sobre el cual se encuentra en ese momento el vector $V_1(t)$, y $V_2(t)$ describiendo el mismo suceso para la llanta 2, se

encuentra que $V_1(t) = V_2(t)$. En este caso, la velocidad de todos los puntos dentro de la plataforma es la misma en ese instante y, por lo tanto, el cuerpo en ese momento experimenta un movimiento de traslación pura. Para esta situación, el ICR estaría localizado a una distancia infinita (∞) de la ubicación del cuerpo.

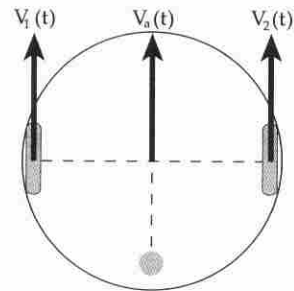


Figura 8. Situación cinemática descrita en el caso 1

- **Caso 2:** Los dos motores se encuentran girando en el mismo sentido pero a diferentes velocidades.

Si $V_1(t) \neq V_2(t)$ y $V_2(t) > V_1(t)$ y ambas son distintas de cero, el cuerpo experimenta un movimiento de rotación pura con respecto al ICR (ver figura 8). Utilizando la ecuación 4.1 se tiene:

$$x = a \star \left[\frac{V_1(t)}{V_2(t) - V_1(t)} \right] \quad (\text{Ec. 4.2})$$

x representa la distancia de ICR al punto 1, por lo que la distancia desde el ICR hasta A sería $x + a/2$.

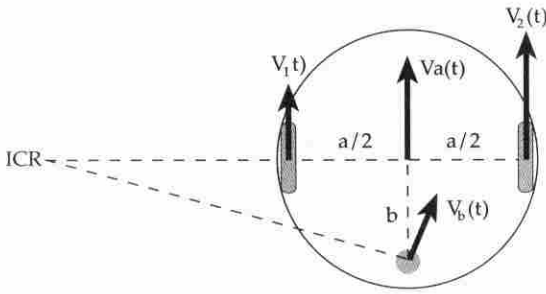


Figura 9. Situación cinemática descrita en el caso 2

Los valores de $V_a(t)$ y $V_b(t)$ en este caso serían los siguientes:

$$\Rightarrow V_a(t) = \frac{a}{2} \left[1 + \frac{V_1(t)}{V_2(t) - V_1(t)} \right] (V_2(t) - V_1(t)) \quad (\text{Ec. 4.3})$$

$$\Rightarrow V_b(t) = \frac{1}{a} \sqrt{(a^2 + b^2) V_1^2(t) - 2b^2 V_1(t) V_2(t) + b^2 V_2^2(t)} \quad (\text{Ec. 4.4})$$

De aquí se puede deducir la expresión para el caso de un motor apagado y el otro girando a una velocidad determinada, para el cual $V_2(t) \gg V_1(t)$, entonces la expresión $V_2(t) - V_1(t) \approx V_2(t)$, y también la expresión $V_1(t)/V_2(t) \approx 0$, por lo que la distancia $x \approx 0$ y el ICR estaría localizado sobre el punto 1 dado este caso. En este caso, las expresiones serían las siguientes:

$$\Rightarrow V_a(t) = \frac{V_1(t)}{2} \quad (\text{Ec. 4.5})$$

$$\Rightarrow V_b(t) = \left[\frac{\sqrt{a^2 + 4b^2}}{2a} \right] V_1(t) \quad (\text{Ec. 4.6})$$

- **Caso 3:** Los dos motores de la plataforma se encuentran girando en sentido contrario a velocidades diferentes.

Suponiendo, para este caso, que $V_1(t) < V_2(t)$ y que poseen sentido contrario y que, a su vez, el centroide del cuerpo está ubicado en A, entonces el centro instantáneo de rotación estará ubicado a una distancia x del punto 1 (ver figura 10).

Dicha distancia se puede obtener a través de la siguiente expresión:

$$\Rightarrow x = a \left[\frac{V_1(t)}{V_1(t) + V_2(t)} \right] \quad (\text{Ec. 4.7})$$

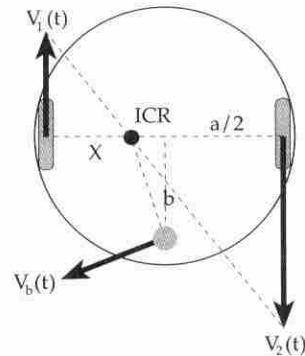


Figura 10. Situación descrita en el caso 3

Las expresiones para definir las velocidades de los puntos serían las siguientes:

$$\Rightarrow V_a(t) = \frac{1}{2} [V_2(t) - V_1(t)] \quad (\text{Ec. 4.8})$$

$$\Rightarrow V_b(t) = \frac{\sqrt{a^2 (V_1(t) - V_2(t))^2 + 4b^2 (V_1(t) + V_2(t))^2}}{a(V_1(t) + V_2(t))} \quad (\text{Ec. 4.9})$$

En caso de que los dos motores de la plataforma giraran en sentido contrario pero a velocidades iguales, es decir, si

$V_1(t) = V_2(t)$ y tienen sentidos contrarios, entonces el cuerpo gira sobre su propio eje; en caso de que en A se encuentre ubicado el centroide de la plataforma, entonces $V_a(t) = 0$ en ese instante y el ICR se encontraría localizado en A. En este caso, la expresión para la velocidad en la rueda loca sería:

$$V_b(t) = \frac{2b}{a} V_2(t) \quad (\text{Ec. 4.10})$$

5. SIMULACIÓN DE LA CINEMÁTICA EN VISUAL NASTRAN 3D

Para simular la operación de la configuración cinemática estipulada en el estudio, se realizó en *AutoCAD* un modelo que pudiera ser implementado en el programa de simulación dinámica y cinemática *Visual Nastran 4D*. El modelo se puede observar en la figura 11.

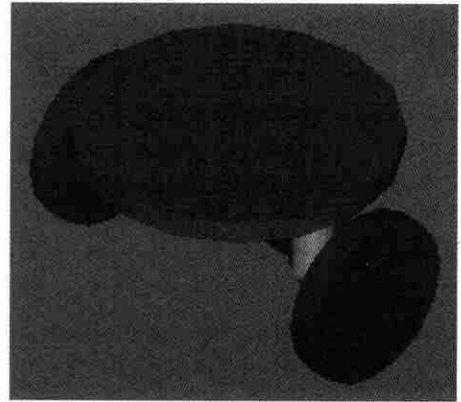


Figura 11. Modelo en CAD de la configuración cinemática

Para la simulación fueron establecidas sobre el modelo en CAD dos *constraints* o restricciones tipo motores de revolución en las ruedas delanteras y dos restricciones tipo junta de revolución en la rueda trasera o rueda libre (loca). Las características del modelo se muestran en la siguiente tabla.

Características del modelo simulado en *Visual Nastran 4D*

Material de las ruedas	Caucho (Propiedades definidas por el usuario)
Material de la plataforma y eslabones	Aleación de Aluminio 2420 T (Propiedades definidas por el sistema)
Coefficiente de rozamiento estático entre la superficie base y las ruedas	0.39 (Calculado por el usuario)
Altura del modelo	150 mm
Área de trabajo	17671.5 mm ²
Entradas tipo motores de revolución	2
Entradas tipo juntas rotacionales	2

Para la ejecución de la simulación se plantearon dos casos cinemáticos para analizar: el móvil durante movimientos de traslación pura y el móvil durante movimientos de rotación pura.

5.1. Simulación en condiciones para traslación pura

Para la simulación del móvil durante movimientos de traslación pura se estipuló una entrada de velocidad angular constante para cada uno de los motores, iguales en magnitud pero diferentes en

De la simulación se obtuvieron dos gráficas fundamentales que describen la posición y la velocidad del móvil. Dichas gráficas están esbozadas en las figuras 12 y 13.

En la figura 12 es posible observar cómo se incrementa el valor de la distancia recorrida durante el tiempo de manera lineal, lo que se considera totalmente correcto, teniendo en cuenta que la entrada de velocidad de los motores es constante. La pendiente de la recta constituye la magnitud de la velocidad

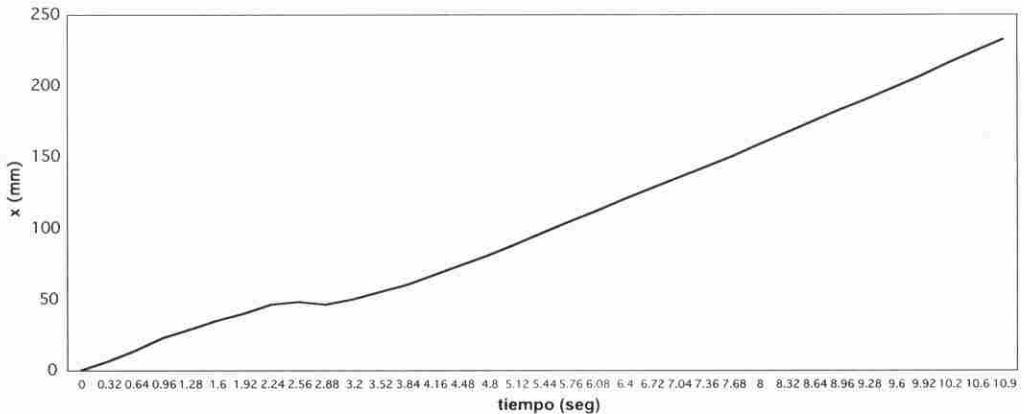


Figura 12. Gráfica de posición del móvil Vs. Tiempo, para la simulación en condiciones de traslación pura

cuanto a signo, debido a que la orientación de las coordenadas que definen el sentido de rotación del eslabón se encontraban invertidas. El efecto de esta variación de signos es la consecución de un movimiento en traslación generado por el avance lineal de ambas ruedas en la misma dirección.

lineal de la rueda. Sin embargo, es posible notar que entre los 2.24 y 2.88 segundos de simulación no existió avance lineal en el móvil, lo que se atribuye a que en esos momentos la rueda loca ejecutaba un giro de 180° sobre su eje superior de rotación, lo cual contribuyó a que el dispositivo se frenara durante ese instante de tiempo muy pequeño.

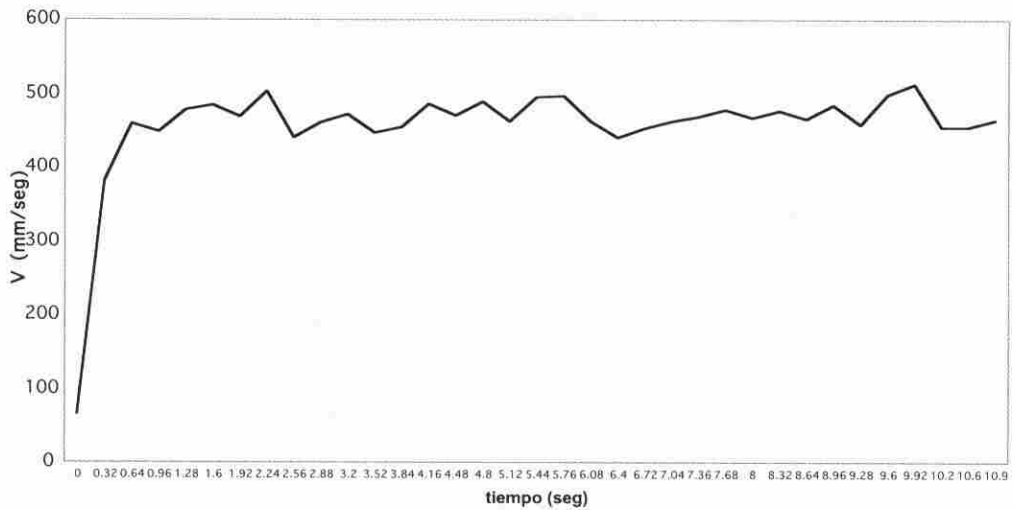


Figura 13. Gráfica de velocidad del móvil Vs. Tiempo, para la simulación en condiciones de traslación pura

En la figura 13 se muestra la gráfica que describe el comportamiento de la velocidad del móvil durante la simulación. En dicha gráfica se puede observar que en los 0.64 segundos de simulación la velocidad se incrementa de forma aproximadamente lineal y después se mantiene con valores que se acercan al valor nominal definido en las entradas de los motores. La existencia de la pendiente inicial está relacionada con el tiempo de estabilización que requiere el programa para generar una respuesta ante lo que sería una entrada constante instantánea que sería la velocidad angular de la rueda. Con respecto al comportamiento después de esos 0.64 segundos iniciales, una causal de que éste no sea totalmente constante puede ser la inestabilidad en el movimiento de la rueda loca que se produce a la velo-

cidad de operación del móvil, y que en algunos casos puede tratar de frenar o acelerar el móvil. Además, hay que tener en cuenta que el programa realiza al mismo tiempo la simulación dinámica, por lo que simula el hecho de vencer la fricción estática, que es mayor a la dinámica.

5.2. Simulación en condiciones para rotación pura

Para la simulación del móvil durante movimientos de rotación pura se implementaron entradas de velocidades angulares constantes para cada uno de los motores, iguales en magnitud y en signo para que se diese el efecto dado en la rotación del móvil, lo que se explicó en el ítem 5.1.

En las figuras 14 y 15 se describen la posición y la velocidad del móvil durante el tiempo de simulación, con las condiciones para rotación pura del dispositivo.

En la figura 14 se muestra la gráfica de la variación de posición del móvil durante el tiempo para un movimiento de rotación en sentido horario. Se observa que la posición varía en forma

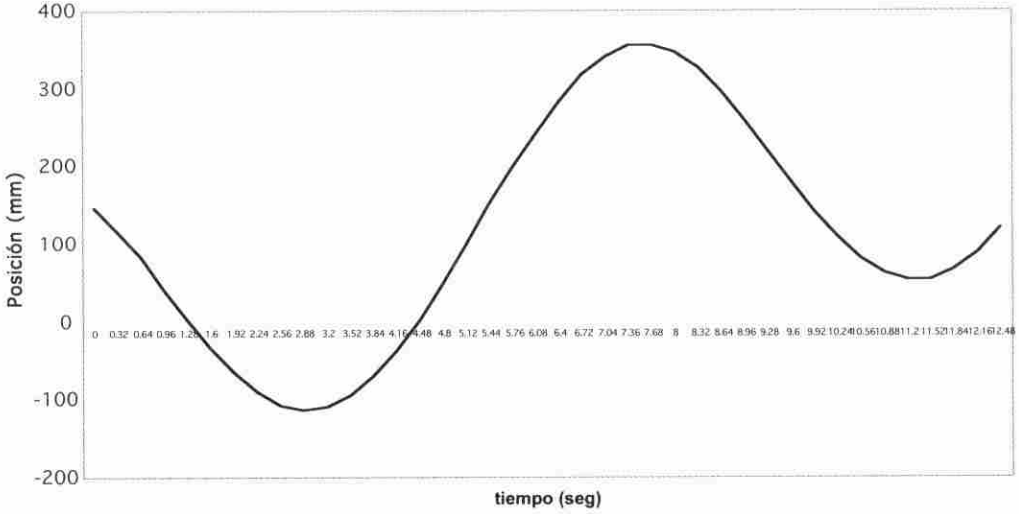


Figura 14. Gráfica de posición del móvil Vs. Tiempo, para la simulación en condiciones de rotación pura

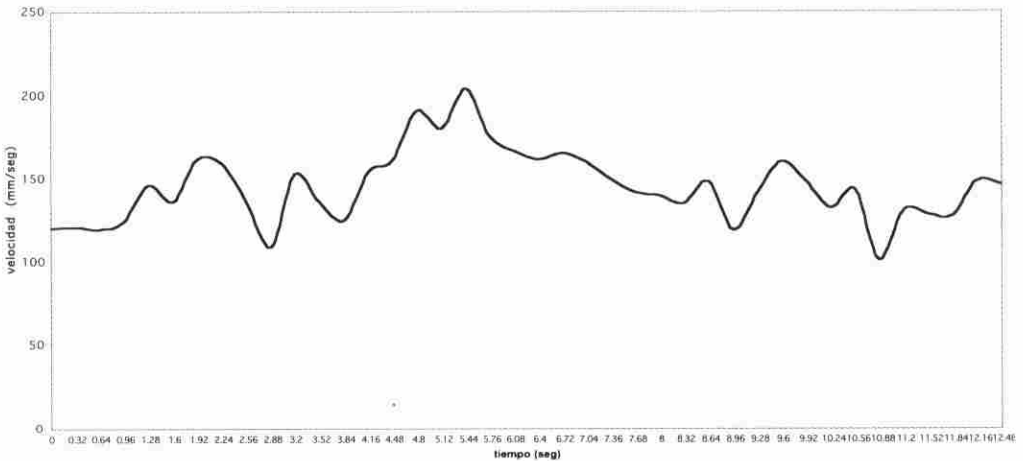


Figura 15. Gráfica de velocidad del móvil Vs. Tiempo, para la simulación en condiciones de rotación pura

senoidal, lo que se debe a que la coordenada bajo la cual el programa examina la posición se encuentra localizada en la parte delantera del móvil, lo que hace que éste sufra incrementos y decrementos a medida que dicha coordenada se desplaza tangencialmente a través de los puntos de la circunferencia de rotación.

En la figura 15 se hace visible el comportamiento que presenta la velocidad del móvil durante condiciones para movimientos de rotación pura. Se notan sucesivas variaciones debidas a los cambios abruptos que se presentan en la dirección de las velocidades de las ruedas, ocasionados por variaciones intempestivas en la dirección de la rueda libre o rueda loca.

CONCLUSIONES

El desarrollo de un algoritmo cinemático permite predecir las características de desplazamiento del móvil y obtener datos relevantes que permitan optimizar el diseño del dispositivo. Además, estos análisis son importantes en lo que se refiere a la implementación de algoritmos de control de posición y velocidad del móvil durante la operación.

Este algoritmo cinemático fue realizado para implementarlo en un robot autónomo de limpieza, por lo que el análisis fue realizado para plataformas con bajas velocidades de operación, tales como las que se presentan en dispositivos que realicen labores de barrido, aspiración, etc. Esto se cumple princi-

palmente en la aproximación cinemática, que fue desarrollada para aproximar cualquier trayectoria a una sucesión de tramos rectos que representan las distancias que se traslada el robot durante los tiempos de muestreo de los *encoders*. Cabe aclarar que este algoritmo es válido solamente para la configuración cinemática establecida para esta aplicación, independiente del tipo de rueda libre que se utilice y de las dimensiones de la plataforma base del robot.

En general, las aplicaciones de robots móviles con ruedas son muy utilizadas por su gran maniobrabilidad, son relativamente menos complejas en cuanto al control y a la elaboración y los rangos de velocidad que se pueden obtener son bastante elevados comparados con robots con extremidades y otros tipos de dispositivos de locomoción. Por esta razón, la investigación orientada hacia este tipo de robots móviles resulta bastante promisoría si se tienen en cuenta todas las proyecciones que las tecnologías en robótica y automatización ofrecen en lo que concierne a ejecutar labores propias del ejercicio humano.

AGRADECIMIENTOS

Al ingeniero Jovanny Pacheco, quien con su dominio del programa *Visual Nastran 4D* contribuyó de manera muy importante para la simulación de la cinemática del dispositivo autónomo.

Referencias

- [1]: WILKINSON, Stuart. «Locomotion system options for land-operated mobile

robots- A review». *Journal of robotics systems*. June, 1989.

- [2]: BARRIENTOS, Antonio, Luis Felipe Peñín, Carlos Balaguer y Rafael Aracil. *Fundamentos de robótica*. Madrid, McGraw-Hill, 1997.
- [3]: BORESTEIN, Johann. *Control and kinematic design of multi degree of freedom mobile robots with compliant linkage*. *IEEE transactions on robotics and automation*. February, 1995.

Bibliografía

- ALEXANDER, J. C., MADDOCKS, J. H. «On the kinematics and control of wheeled mobile robots». *Intl. J. Robotic Research*, vol.8, 1989.
- BEER, Ferdinand, JOHNSTON Jr., Russell. *Vector mechanics for engineers*. Sixth edition. Boston, McGraw-Hill, 1996.

BORESTEIN, Johann, KOREM, Yoram. «Motion control analysis of a mobile robot». *Transactions of ASME, Journal of dynamics, measurement and control*, Vol. 109, N° 2. November, 1995.

McCOMB, Gordon. *The robot builder's bonanza: 99 inexpensive robotics projects*. New York, McGraw-Hill, 1987.

MERIAM, J. L., KRAIGE, L. G. *Engineering mechanics: DYNAMICS*. Fourth edition. New York, John Wiley & sons, 1997.

RIBA ROMEVA, Carles. *Els robots industrials (II). Aplicacions*. Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya, 1993.

ULRICH, Iwan, MONDADA, Francesco, NICLOUD, J. D. *Autonomous vacuum cleaner*. Lausanne (Switzerland), Swiss Federal Institute of Technology, 1998.