

Un enfoque fuzzy para la prospectiva Delphi

Edison Barrera Guarín*, John E. Escobar**

Resumen

Los ejercicios de prospectiva son muy diversos y en la literatura a nivel mundial aparecen varios enfoques para el proceso de recolección y tratamiento de la información. De todas maneras, es común a todas estas metodologías la necesidad de procesar una gran cantidad de datos emitidos por un grupo relativamente grande de personas que, para la prospectiva, se conocen como «expertos», ya que usualmente poseen un conocimiento sobre un tema en particular que una persona del común no lo tiene. El método Delphi es uno de los más comunes, y busca la obtención de una opinión grupal fidedigna a partir de un conjunto de opiniones individuales; se caracteriza por el mantenimiento del anonimato de sus participantes y de un feedback controlado. Los resultados del consenso en los estudios actuales Delphi utilizan una serie de estadísticas que no necesariamente hacen converger la opinión de los expertos. En este artículo se evita el uso de estas técnicas estadísticas mediante la asociación de las fechas de ocurrencia de los eventos (fecha más cercana, fecha más probable y fecha lejana) a números fuzzy triangulares. Los conjuntos fuzzy fueron creados para representar matemáticamente la incertidumbre y la vaguedad, bajo un enfoque no estadístico, y proveer herramientas formalizadas para abordar la imprecisión intrínseca que presentan muchos problemas del entorno. Con base en la lógica fuzzy se pudo implementar un software diseñado para la integración de números fuzzy triangulares, y de esta manera lograr la convergencia de opiniones. Se presentan las características del software y un ejemplo de estudio.

Palabras clave: Prospectiva, método Delphi, lógica fuzzy, conjuntos fuzzy, números fuzzy, función de pertenencia, integración fuzzy.

Abstract

The foresight exercises are very diverse and in worldwide literature appear several approaches for the recollecting and treatment process of information. Furthermore, it's common to all this methodologies the necessity of processing a large quantity of data emitted by a relatively big group of persons that, for the foresight, are known as "experts", because they usually have knowledge about a particular theme that common persons don't manage. Delphi method is one of the most common, which pursuits the acquirement of a trustworthy group opinion beginning from a set of

Fecha de recepción: 29 de agosto de 2003
Fecha de aceptación: 10 de noviembre de 2003

*Profesor de la Facultad de Ingeniería, Universidad del Atlántico. Magíster en Ingeniería Industrial, Especialista en Diseño y Evaluación de Proyectos e Ingeniero Industrial, Universidad del Norte. edison@celcaribe.net.co.

**Profesor de Ingeniería Industrial, Pontificia Universidad Javeriana (Cali). Profesor de la Maestría en Ingeniería Industrial, Universidad del Norte. Maestría y Ph. D., Stevens Institute of Technology, New Jersey. Ingeniero Industrial, Universidad del Valle. john_e_escobar@hotmail.com.

individual opinions, is characterized for the maintenance of its participants anonymity and of a controlled feedback. The results of the consensus on the actual Delphi studies use series of statistics that don't necessarily make converge the expert's opinion. On this article the usage of these statistical techniques is avoided by the matching of dates of development of events (nearest date, most likely date and farthest date) with triangular fuzzy numbers. Fuzzy sets were created to represent mathematically uncertainty and vagueness, under a non-statically approach, and to provide formalized tools to enter upon the intrinsic imprecision that present many problems of the environment. Based on fuzzy logic it could be implemented a software designed for the triangular fuzzy number integration and in this way obtaining the opinion convergence. Software characteristics and a study example are presented.

Key words: Foresight, Delphi method, fuzzy logic, fuzzy sets, fuzzy numbers. membership function, fuzzy integration.

INTRODUCCIÓN

Los ejercicios de prospectiva son muy diversos y en la literatura a nivel mundial aparecen varios enfoques para el proceso de recolección y tratamiento de la información (Foren, 2001). De todas maneras, es común a todas estas metodologías la necesidad de procesar una gran cantidad de datos emitidos por un grupo relativamente grande de personas que, para la prospectiva, se conocen como «expertos», ya que los expertos usualmente tienen un conocimiento requerido sobre un problema en especial que una persona del común no tiene.

Por su naturaleza, los estudios prospectivos se enfrentan con informaciones que intentan prever la ocurrencia y el momento de ocurrencia de futuros eventos en determinados temas o sectores de la economía. Los resultados de un estudio prospectivo reflejan la opinión de los expertos que responden al estudio y en ningún momento representan resultados significativos estadísticamente hablando. De las diversas metodologías prospectivas, el método Delphi con varias rondas de cuestionarios es uno de los más comunes y utilizados.

El enfoque estadístico (cálculo de medianas y rangos intercuartiles) es el que más ha sido utilizado para lograr el cálculo de una respuesta de grupo con base en las opiniones emitidas por expertos consultados mediante Delphi (Landeta, 1999). Estos cálculos, si bien muestran una tendencia hacia donde se inclina el grupo, no dan resultados de convergencia, que es lo que realmente se busca en un estudio prospectivo. Esto junto con la influencia de la incertidumbre que se presenta en los juicios emitidos por los expertos obliga a tratar la información de los expertos desde otro punto de vista.

Para corregir estas debilidades en el tratamiento de la información de una prospectiva Delphi (prospectiva que utiliza el método Delphi), se plantea la posibilidad de hacer dos rondas para llegar a una convergencia en la ocurrencia de

los eventos y las fechas en que se darán. La primera ronda, con preguntas abiertas requiere del experto la descripción de eventos que para él ocurrirán en el futuro. La segunda ronda, con preguntas cerradas, solicita al experto la fecha de ocurrencia de los distintos eventos identificados por los mismos expertos en la primera ronda. Se valoran tres posibles fechas de ocurrencia: la más cercana (optimista), la más probable y la más lejana (pesimista).

1. CONCEPTOS BÁSICOS

1.1. ESTUDIOS DEL FUTURO Y EL MÉTODO DELPHI

En la publicación *Prospectiva* (Bas, 1999) se presenta un análisis del tema de la predicción. Un primer tipo identificado es la *predicción sobrenatural*. Son ejemplos de este tipo de predicción la profecía, la clarividencia y la astrología. El segundo tipo está identificado como la *predicción hermenéutica*, que engloba al futurismo y a la anticipación utópica. Un ejemplo de este tipo de predicción es la ciencia ficción. En tercer lugar está la *predicción técnica*, consistente en los estudios del futuro que tienen un interés técnico por el conocimiento y persiguen predecir científicamente el futuro de manera que orienten la toma de decisiones a largo plazo. Se trata de un tipo de investigación descriptiva basada en la extrapolación de tendencias como, por ejemplo, la regresión estadística, la econometría, la demografía y la meteorología. Por último, la *predicción emancipatoria*, la cual intenta conjugar lo objetivo (verificación empírica de la realidad) con lo subjetivo (los valores) mediante la determinación de los futuros posibles y conocer su probabilidad de ocurrencia, para que de este modo se pueda orientar la acción. El ejemplo clave del tipo de predicción emancipatoria es la *prospectiva*, que en opinión de sus defensores, es la forma idónea de investigar el futuro. Los tipos de predicción hermenéutica, técnica y emancipatoria conforman lo que se conoce como *estudios del futuro*.

En cuanto a las metodologías prospectivas aplicadas a nivel de países, en un documento de la ONUDI (Chanduvi, 2001) sobre el tema se hace un análisis comparativo sobre las diversas metodologías utilizadas por muchos países que han aplicado la prospectiva a nivel de planificación global. No sólo difieren en la metodología misma sino en el horizonte de planificación y en los objetivos propuestos; algunos son más ambiciosos que otros. De manera progresiva, los países desarrollados han ido pasando de un enfoque netamente cualitativo hacia la adopción de una variedad de técnicas como el panel de expertos, el método Delphi, la construcción de escenarios probabilísticos y la identificación de tecnologías críticas.

Dentro de los estudios prospectivos merece una especial atención el método Delphi, el cual persigue la obtención de una opinión grupal fidedigna a partir de

un conjunto de expertos y se caracteriza por el mantenimiento del anonimato de sus participantes y de un *feedback* controlado. Las influencias negativas de los miembros dominantes del grupo consultado se evitan gracias al anonimato. El *feedback* controlado permite la transmisión de información libre de ruidos y tergiversaciones entre los expertos y, por último, la obtención de una opinión grupal garantiza que todas las opiniones individuales sean tomadas en consideración al momento de determinar el resultado final de la investigación.

En algunos casos se utiliza la opinión subjetiva de un experto a nivel individual para apoyar la toma de decisiones en las empresas e instituciones, por ejemplo, cuando se utilizan los asesores. Este juicio subjetivo individual posee muchos sesgos e imperfecciones que, unido a la obvia limitación en el nivel de conocimiento e información que maneja una sola persona, termina incidiendo negativamente en la precisión y calidad de sus estimaciones de futuro. El método Delphi al hacer uso del juicio subjetivo grupal supera este inconveniente al propiciar que las conclusiones generadas estén basadas en una mayor cantidad de información y mediante el *feedback* se facilite su intercambio entre los expertos consultados.

1.2. CONJUNTOS FUZZY Y LÓGICA FUZZY

Cuando normalmente se utiliza el lenguaje natural para impartir conocimiento o información existe una utilización de la imprecisión y la vaguedad, la cual es ampliamente aceptada entre los seres humanos. Cuando una persona en su cotidianidad expresa frases como «Juan es alto» o «María es joven» está haciendo uso de esa imprecisión, y en esa afirmación se encuentra inmerso el concepto muy particular de lo que esa persona considera que es alto y que es joven. Si a cada persona le solicitamos un valor para cuantificar la categoría lingüística «alto», lo más probable es que entregue un rango de valores y no un único valor (Nguyen & Walter, 2001).

Cada uno de los seres humanos, dependiendo de su individualidad, posee mentalmente unas categorías que sin hacer mediciones exactas expresan un juicio valorativo sobre diversos temas, y esto hace que la lógica clásica resulte inadecuada por utilizar conceptos y categorías muy rígidas. De allí que hay la necesidad de utilizar un cuerpo teórico conocido como la lógica *fuzzy* que permitiera abordar la vaguedad, imprecisión o incertidumbre que se presenta al momento de estimar fechas de ocurrencia de posibles eventos.

Conjunto *crisp*

Para introducir el concepto de conjunto *fuzzy*, inicialmente se debe aclarar que los conjuntos definidos de manera clásica y que utilizan toda la lógica clásica de conjuntos se les denomina conjuntos *crisp* con el único propósito de diferenciarlos de los conjuntos *fuzzy*.

Un conjunto *crisp* se define de tal manera que divide al universo de posibilidades (llamado universo del discurso en la lógica *fuzzy*) en dos grupos: los que pertenecen al conjunto y los que no pertenecen, de allí que se le haya denominado *crisp* (rígido).

Recordemos algunos conceptos básicos ampliamente conocidos de la teoría clásica de conjuntos:

- Para indicar que un elemento individual x es un miembro de un conjunto A se escribe: $x \in A$
- Para representar conjuntos finitos se utiliza la notación $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$
- Un conjunto también puede ser representado mediante una propiedad que cumplen todos sus miembros $A = \{x \mid P(x)\}$, donde el símbolo \mid se lee «tal que».
- Un conjunto puede ser definido por su función característica a través de

$$X_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

Conjunto *fuzzy* y función de pertenencia

Los conjuntos *fuzzy* fueron creados para representar matemáticamente la incertidumbre y la vaguedad, bajo un enfoque no estadístico, y proveer herramientas formalizadas para abordar la imprecisión intrínseca que presentan muchos problemas del entorno (Carlsson & Fuller, 2002).

Tal como lo definió Zadeh (1973), un conjunto *fuzzy* puede ser interpretado como una clase de objetos muy particulares para los cuales no existen límites bien definidos entre los objetos que pertenecen a determinada categoría y los que no.

Un conjunto *fuzzy* se puede definir de la siguiente manera:

Sea $X = \{x\}$ una colección bien definida de objetos (elementos, puntos), entonces un conjunto *fuzzy* A de X es el conjunto de pares ordenados

$$A = \{(x, \mu_A(x))\}, \quad x \in X$$

donde $\mu_A(x)$ es el grado de pertenencia de x en A y μ_A es la función de pertenencia.

Un conjunto *fuzzy* A que se encuentra en un universo de discurso U se caracteriza por la siguiente función de pertenencia:

$$\mu_A : U \rightarrow [0,1]$$

la cual asocia a cada elemento x de U un número $\mu_A(x)$ en el intervalo $[0,1]$; este valor representa el grado de pertenencia de x en A .

El conjunto *fuzzy* se encuentra íntimamente ligado al concepto conocido como función de pertenencia, el cual fue creado igualmente por Zadeh. Esta función se basa en la premisa de que el pensamiento humano no establece límites rígidos entre una y otra categoría sino que va pasando gradualmente el nivel de aceptación de un conjunto para ubicarlo en otro (Zadeh, 1973); por ejemplo, ningún ser humano establece cuál es la temperatura en la cual de manera abrupta se califique a un objeto que ha pasado de estar «frío» a «caliente»; es común en los seres humanos definir muchas categorías intermedias como tibio, calientico, recaliente, muy frío, congelado, etc.

La habilidad de manipular conjuntos *fuzzy* y la posterior capacidad de agruparlos se constituye en una de las características más importantes de la mente humana, por lo que la *lógica fuzzy* se constituye en una herramienta clave para manipular datos e información que habitualmente se está desarrollando en el mundo real.

A continuación se muestra la función de pertenencia de un conjunto *fuzzy* denominado «frío». Toma su mayor valor en la temperatura de 10°C, pero a medida que se va alejando de este valor, tanto a la derecha como a la izquierda, la función de pertenencia va disminuyendo hasta llegar a cero (0), es decir que a medida que haya temperaturas diferentes a 10°C su pertenencia al conjunto *fuzzy* «frío» tiene un menor grado.

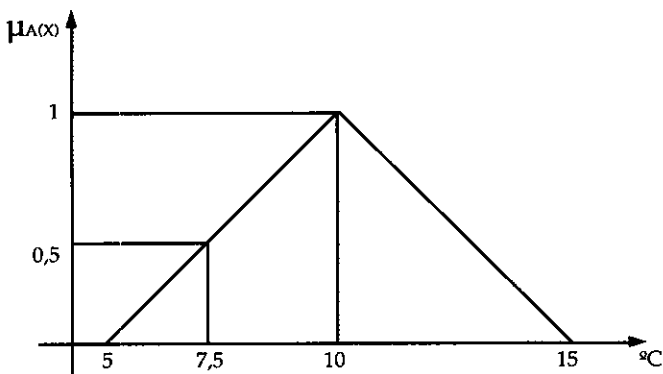


Figura 1. Función de pertenencia del conjunto *fuzzy* «frío»

Conjunto *fuzzy* normal

Un subconjunto *fuzzy* A de un conjunto convencional X se le denomina normal si existe al menos un valor $x \in X$ tal que $\mu_x = 1$, es decir, el mayor valor que puede alcanzar la función de pertenencia es 1, pero sólo lo puede obtener un elemento del conjunto. El mayor valor de la función de pertenencia se conoce como la altura de un conjunto *fuzzy* (Carlsson & Fullèr, 2002).

Nivel alfa (α) de un conjunto *fuzzy*

El nivel alfa de un conjunto *fuzzy* A incluye los elementos que tienen un valor para la función de pertenencia (μ_A) igual o superior a alfa (α). El nivel α de un conjunto *fuzzy* es un conjunto *crisp* y se representa de la siguiente manera:

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

Conjunto soporte de un conjunto *fuzzy*

Para un subconjunto *fuzzy* A de un conjunto convencional X , el conjunto soporte de A , identificado como $\text{supp}(A)$, es el subconjunto *crisp* de X cuyos elementos todos tienen un nivel de pertenencia no negativo en A , y se representa de la siguiente manera:

$$\text{supp}(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\}$$

Número *fuzzy*

Dentro de la gran variedad de tipos de conjuntos *fuzzy* existentes poseen un especial significado aquellos conjuntos *fuzzy* que están definidos sobre el conjunto \mathfrak{R} de los números reales (Klir & Yuan, 1995, Hsu & Chen, 1996). Las funciones de pertenencia de estos conjuntos tienen la forma

$$A : \mathfrak{R} \rightarrow [0,1]$$

Para que un conjunto *fuzzy* pueda ser calificado como número *fuzzy* debe cumplir las tres propiedades siguientes:

1. El conjunto *fuzzy* A debe ser normal
2. El nivel alfa A_α debe ser un intervalo cerrado para todo $\alpha \in (0,1]$, o dicho de otra manera, el conjunto *fuzzy* debe ser convexo
3. El $\text{supp}(A)$ debe estar limitado

Número *fuzzy* triangular

Un conjunto *fuzzy* A se califica como número triangular *fuzzy* con la cima (o el centro) en a , un ancho $\theta > 0$ a la izquierda y un ancho $\lambda > 0$ a la derecha y se grafica de la siguiente manera:

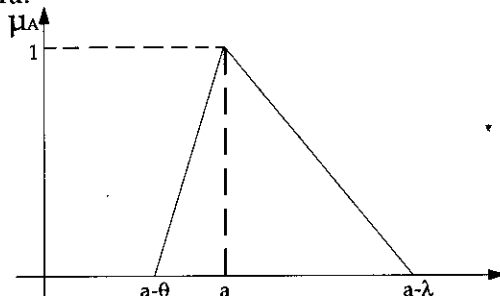


Figura 2. Número *fuzzy* triangular

La función de pertenencia de un número *fuzzy* triangular es la siguiente:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 - (a - x)/\theta & \text{si } a - \theta < x < a \\ 1 - (x - a)/\lambda & \text{si } a < x < a + \lambda \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Otra forma de representar un número triangular *fuzzy* es $A = (a, \theta, \lambda)$, igualmente, se puede decir que el número *fuzzy* de la figura 2 es una cantidad identificada como « x es aproximadamente igual a a ». (Carlsson & Fullèr, 2002). Por último, el $supp(A) = (a - \theta, a + \lambda)$.

Los números *fuzzy* triangulares además de ser fáciles de implementar matemáticamente se ajustan perfectamente a la opinión que pueden dar diversos expertos sobre el momento de ocurrencia de posibles eventos: fecha más cercana, fecha más probable y fecha más lejana. En lo que queda de este artículo se usarán números *fuzzy* triangulares para representar las opiniones de los expertos.

3. PROCESO DE INTEGRACIÓN DE LAS OPINIONES DE LOS EXPERTOS

Cada una de las opiniones emitidas por los expertos para estimar las fechas de ocurrencia de los eventos se asoció a un número *fuzzy* triangular. En la figura 3 se representa gráficamente dos opiniones definidas a través de números *fuzzy* triangulares con un área común de intersección que identifica el grado de coincidencia.

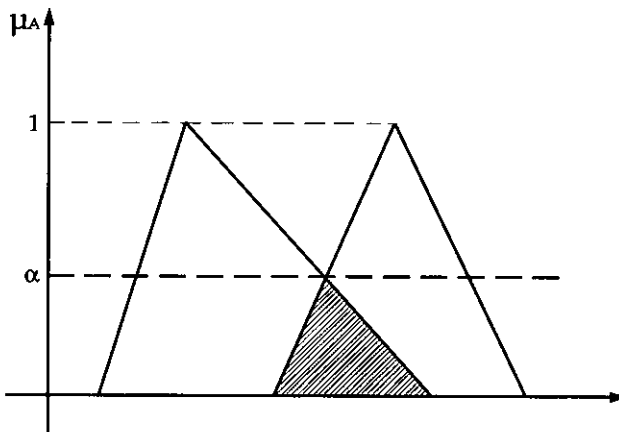


Figura 3. Intersección entre dos opiniones

En todo estudio prospectivo se enfrenta con la necesidad de formar consenso entre un número de expertos de más de dos personas, por lo que se requiere un es-que-ma matemático que permita hacer comparaciones entre parejas de expertos, para lo cual se construye una matriz que tanto en las filas como en las columnas se identifique a los expertos y en las casillas se ubica el valor del cociente entre el

área de intersección y el área de unión (Hsu & Chen, 1996, (Cheng & Lin, 2002, Xu & Zhai, 1992, Bardossy, Duckstein & Bogardi, 1993). Dicho valor representa el grado de consenso entre dos expertos.

A esta matriz se la identifica con el nombre de matriz de acuerdo, la cual indica qué tan cercanas están las opiniones entre cada par de expertos. En la figura 4 se muestra la estructura de la misma. Note que en la diagonal aparecen valores de 1, los cuales indican que el grado de consenso de un mismo experto es del 100%.

	e_1	e_2	e_3	e_n
e_1	1					
e_2		1				
e_3			1			
...						
...						
e_n						1

Figura 4. Matriz de Acuerdo

El procedimiento para establecer el consenso sigue los siguientes pasos (Hsu & Chen, 1996):

1°. Datos de entrada

A cada experto se le solicita la estimación de la fecha de ocurrencia para cada uno de los eventos identificados en la primera ronda de la consulta Delphi.

- La fecha de ocurrencia más cercana [C]
- La fecha de ocurrencia más probable [P]
- La fecha de ocurrencia más lejana [L]

Donde $C < P < L$

2°. Números *fuzzy* triangulares

Con base en los tres valores anteriores se construye un número *fuzzy* triangular \tilde{R}_i para cada una de las i opiniones de los expertos ($i = 1, 2, \dots, n$), y se asocia a cada uno de ellos una función de pertenencia $\mu_{\tilde{R}_i}(x)$ para representar la estimación subjetiva.

En la figura 5 se puede apreciar la representación gráfica de la función de pertenencia:

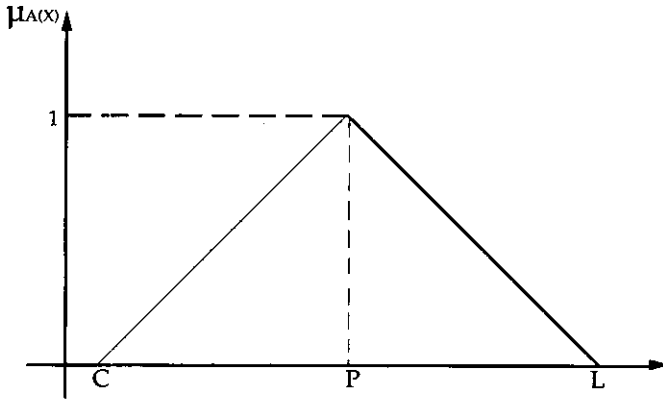


Figura 5. Representación de las estimaciones de los expertos

Esta función de pertenencia es igual a cero (0) para los valores iguales o menores que la fecha más cercana (C) y para los valores iguales o mayores que la fecha más lejana (L). Esto se debe a que en este tipo de estimación el experto no le brinda ninguna posibilidad de que el evento ocurra antes de C y después de L. Igualmente, la función de pertenencia toma un valor máximo igual a uno (1) para la estimación de la fecha más probable (P). Obsérvese cómo el número *fuzzy* triangular representado en la figura 5 cumple con las tres propiedades previamente mencionadas.

3°. Grado de coincidencia entre las opiniones de los expertos

En la figura 6 aparecen los números *fuzzy* R_1 , R_2 y R_3 , los cuales representan las estimaciones de los expertos E_1 , E_2 y E_3 respectivamente.

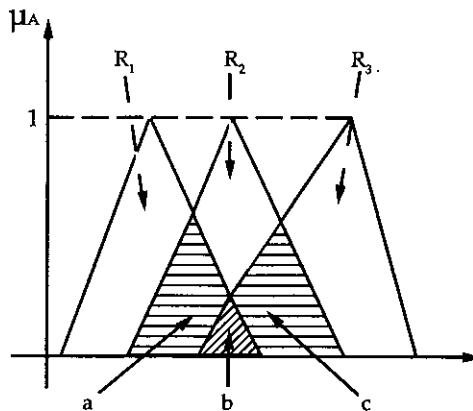


Figura 6. Intersección de las estimaciones de tres expertos

El área $a + b$ es la intersección de \mathfrak{R}_1 y \mathfrak{R}_2 , la cual es más grande que el área b producto de la intersección de \mathfrak{R}_1 y \mathfrak{R}_3 . Luego, se puede concluir que el grado de coincidencia entre los expertos E_1 y E_2 es más grande que entre E_1 y E_3 . De igual forma, el experto E_2 genera un mayor grado de coincidencia con respecto a los demás, por lo que se le debe poner un mayor énfasis. Más adelante se describe una expresión que valora este aspecto.

4°. Grado de importancia de cada experto

En muchas ocasiones hay expertos que poseen una mayor incidencia en la toma de decisiones de grupo, lo que hace que la decisión final esté afectada por los diferentes niveles de importancia de los expertos involucrados.

Por lo anterior, el procedimiento para hallar el consenso generalizado considera el grado de importancia de cada experto. Este factor se puede determinar valorando la experiencia laboral y la autoevaluación (Landeta, 1999), asociándose la variable r_j (grado de importancia del experto j). Pero esta ponderación se encuentra en valores absolutos, y con el propósito de generar una escala uniforme se utiliza una medida relativa (w_i) que toma valores entre cero (0) y uno (1). El grado de importancia relativa w_i corresponde a

$$w_i = \frac{r_i}{\sum_{i=1}^n r_i}, \text{ donde } i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

5°. Nivel de acuerdo

Un aspecto importante que se debe establecer es el nivel de acuerdo que existe entre la opinión de los expertos, porque en la medida que esta cifra sea mayor, la estimación definitiva de la fecha de ocurrencia de un evento tendrá mayor consistencia y el error será menor entre el número *fuzzy* de consenso global (respuesta de grupo) y los diversos números *fuzzy* individuales.

Suponiendo que dos expertos tienen las estimaciones \mathfrak{R}_i y \mathfrak{R}_j , la representación gráfica del grado de coincidencia está representada mediante el área de intersección. En la figura 7 se muestran dos casos que a pesar de poseer una misma área de intersección no tienen el mismo nivel de acuerdo. Esto obliga a tener en cuenta no sólo el grado de coincidencia entre las opiniones sino el área total que ocupan los dos números *fuzzy*.

Investigaciones previas (Hsu & Chen, 1996, Zwick *et al.*, 1987) solucionaron este inconveniente definiendo un cociente entre la intersección y la unión de los números *fuzzy*, y se le conoce como la función de medida de la similitud $S(\mathfrak{R}_i, \mathfrak{R}_j)$ o grado de consenso entre el experto E_i y el experto E_j .

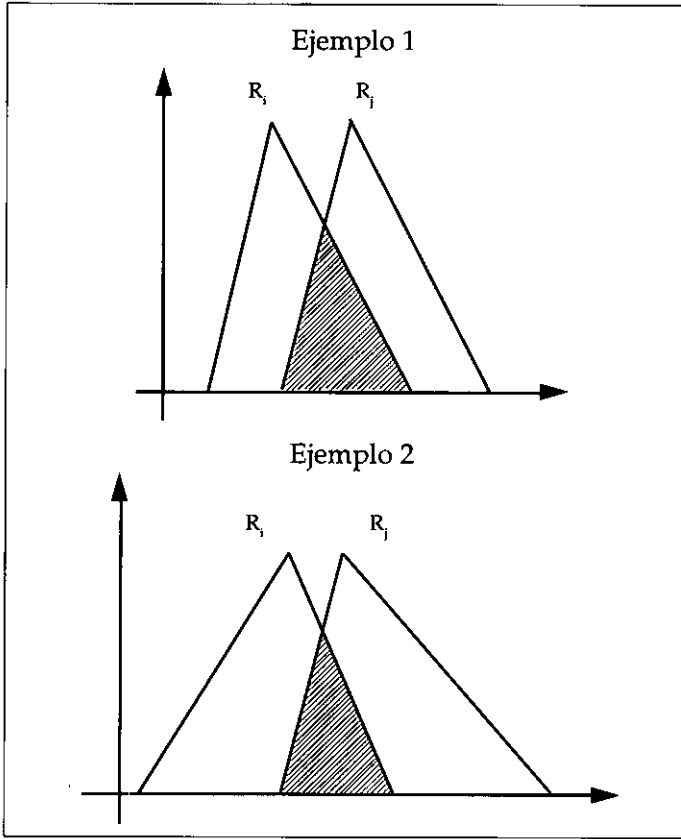


Figura 7. Grado de coincidencia entre la opinión de dos expertos

Aplicando esta función se calcula el nivel de acuerdo mediante la siguiente expresión matemática:

$$S(\tilde{R}_i, \tilde{R}_j) = \frac{\int_x (\min \{ \mu_{R_i}(x), \mu_{R_j}(x) \}) dx}{\int_x (\max \{ \mu_{R_i}(x), \mu_{R_j}(x) \}) dx} \quad (2)$$

El numerador de la expresión no es más que el área de la intersección de los dos números *fuzzy* triangulares, mientras que el denominador representa la suma de las áreas de los dos números *fuzzy*, y debe tenerse el cuidado de no contabilizar dos veces el área de la intersección.

6°. Matriz de acuerdo

Después que se han medido todos los niveles de acuerdo entre los expertos, tomándolos de dos en dos, se construye la matriz de acuerdo (MA) de la siguiente manera:

MA=

1	S_{12}	S_{13}	S_{1n}
S_{21}	1	S_{23}	S_{2n}
S_{31}	S_{32}	1	S_{3n}
...
S_{n1}	S_{n2}	S_{n3}		

Donde $S_{ij} = S(R_i, R_j)$, si $i \neq j$ y $S_{ij} = 1$, si $i=j$.

7°. Nivel de acuerdo relativo

El nivel de acuerdo promedio para cada uno de los expertos E_i ($i = 1, 2, \dots, n$) está dado por

$$A(E_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n S_{ij} \quad (3)$$

Debe observarse que no se tiene en cuenta el valor de la diagonal en el cálculo.

Luego se calcula el nivel de acuerdo relativo del experto E_i ($i = 1, 2, \dots, n$) con la siguiente expresión:

$$NAR_i = \frac{A(E_i)}{\sum_{i=1}^n A(E_i)} \quad (4)$$

8°. Coeficiente del nivel de consenso

Se define para cada experto E_i ($i = 1, 2, \dots, n$) mediante

$$CNC_i = \beta * w_i + (1 - \beta) * NAR_i \quad (5)$$

donde $0 \leq \beta \leq 1$.

El valor de β permite ponderar el peso que se le dará tanto al nivel de acuerdo relativo como al grado de importancia relativo en la respuesta final.

9°. Número fuzzy global

Sea \tilde{R} el número *fuzzy* global que integra la opinión de los expertos. A través de la definición del coeficiente del nivel de consenso del experto E_i ($i = 1, 2, \dots, n$), el consenso global \tilde{R} se define mediante

$$\tilde{R} = \sum_{i=1}^n (CNC_i(*)\tilde{R}_i) \quad (6)$$

El coeficiente del nivel de consenso (CNC_i) de cada experto es una buena medida para evaluar el mérito relativo que tiene la estimación de cada uno de los expertos (Klir & Yuan, 1995).

Como se ha observado, el procedimiento consiste en integrar la opinión *fuzzy* de cada uno de los expertos dentro de un único número *fuzzy* para representar la opinión común de estos expertos.

4.EJEMPLO DE APLICACIÓN

Se tienen los siguientes números *fuzzy* triangulares relacionados con las opiniones de 3 expertos:

$$\begin{aligned} \tilde{R}_1 &= (1, 2, 3) \\ \tilde{R}_2 &= (1.5, 2.5, 3.5) \\ \tilde{R}_3 &= (2, 2.5, 4) \end{aligned}$$

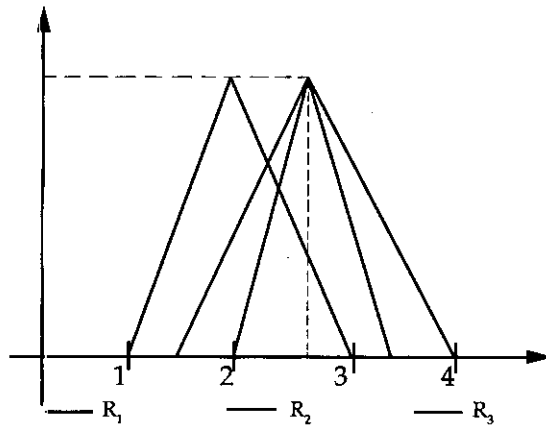


Figura 8. Opiniones mediante números *fuzzy* triangulares

Se determinan los niveles de acuerdo para cada uno de los expertos mediante $S(\tilde{R}_i, \tilde{R}_j)$.

$$S(\tilde{R}_1, \tilde{R}_2) = S(\tilde{R}_2, \tilde{R}_1) = \frac{[\text{área de intersección}]}{[\text{área de unión}]}$$

Es decir,

$$S(R_1, R_2) = \frac{0.563}{1.438} = 0.3913$$

De igual manera se calcula para los demás y se llega a lo siguiente:

$$S(R_1, R_3) = S(R_3, R_1) = \frac{0.333}{1.667} = 0.2000$$

$$S(R_2, R_3) = S(R_3, R_2) = \frac{0.75}{1.25} = 0.6000$$

La matriz de acuerdo queda como sigue:

$$\begin{vmatrix} 1.0000 & 0.3913 & 0.2000 \\ 0.3913 & 1.0000 & 0.6000 \\ 0.2000 & 0.6000 & 1.0000 \end{vmatrix}$$

Los niveles de acuerdo promedio de cada uno de los expertos son:

$$A(E_1) = (0.3913 + 0.2000) / 2 = 0.2957$$

$$A(E_2) = (0.3913 + 0.6000) / 2 = 0.4957$$

$$A(E_3) = (0.6000 + 0.2000) / 2 = 0.4000$$

Nótese cómo el experto 2 tiene un mayor grado de coincidencia entre los expertos.

Luego, los niveles de acuerdo relativo de cada uno de los expertos son:

$$NAR_1 = 0.2957 / (0.2957 + 0.4957 + 0.4)$$

$$NAR_1 = 0.2957 / 1.1913 = 0.2482$$

$$NAR_2 = 0.4957 / 1.1913 = 0.4161$$

$$NAR_3 = 0.4 / 1.1913 = 0.3358$$

Suponiendo que el experto 1 es el más importante, es decir, $r_1=1$ y las ponderaciones relativas del experto 2 y del 3 respecto al 1 son $r_2=0.6$ y $r_3=0.8$ respectivamente. Ahora se define el grado de importancia w_i mediante los siguientes cálculos:

$$w_1 = \frac{1}{1 + 0.6 + 0.8}$$

$$w_1 = \frac{1}{2.4} = 0.417$$

$$w_2 = \frac{0.6}{2.4} = 0.250, y$$

$$w_3 = \frac{0.8}{2.4} = 0.333$$

Suponiendo que el nivel de acuerdo relativo (NAR) es más importante que el grado de importancia (w), se define a $\beta = 0.4$. De aquí que los coeficientes de consenso para cada uno de los expertos se calculan como sigue:

$$CNC_1 = 0.4 \times 0.417 + 0.6 \times 0.2482 = 0.3157$$

$$CNC_2 = 0.4 \times 0.250 + 0.6 \times 0.4161 = 0.3497$$

$$CNC_3 = 0.4 \times 0.333 + 0.6 \times 0.3358 = 0.3348$$

El número *fuzzy* global que agrupa la opinión de todos los expertos sería:

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= 0.3157(*)\tilde{R}_1 + 0.3497(*)\tilde{R}_2 + 0.3348(*)\tilde{R}_3 = \\ &= 0.3157(*) (1, 2, 3) + 0.3497(*) (1.5, 2.5, 3.5) + 0.3348(*) (2, 2.5, 4) = \\ \tilde{R} &= (1.50981, 2.34259, 3.51017) \end{aligned}$$

En la figura 9 aparece el gráfico con los resultados:

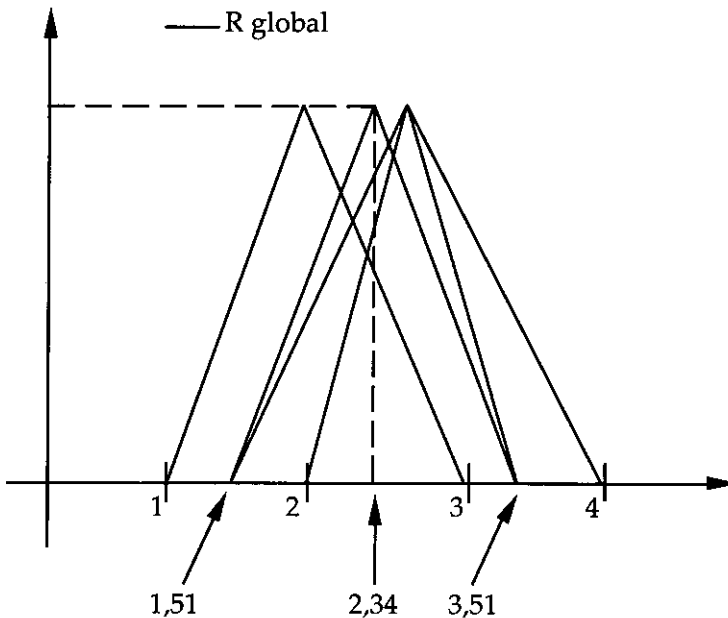


Figura 9. Agregación de números *fuzzy* triangulares ($\beta > 0$)

El procedimiento descrito anteriormente fue incluido en el *software Int_Fuzzy* para que se pueda utilizar en diversas instancias y lograr de una manera rápida

y exacta las integraciones *fuzzy* para determinar consenso entre opiniones de diversos expertos bajo un esquema de número *fuzzy* triangular.

5. SOFTWARE PARA EL PROCESAMIENTO FUZZY

Este *software* permite realizar todo el proceso de integración *fuzzy* de tal manera que se llegue a un consenso con base en las opiniones emitidas por cada uno de los expertos. Con el propósito de conocer la estructura y el funcionamiento del *software* se explican a continuación los aspectos más relevantes agrupando las instrucciones por módulos. Igualmente, se hizo una corrida con 10 números *fuzzy* triangulares para ilustrar los pantallazos y los valores que guarda en el Workspace® del MatLab® una vez se haya terminado el procesamiento. Se aclara que el Workspace® del MatLab® es una ventana que guarda todas las variables creadas en el *software*, y a través de esta ventana se puede editar en pantalla el último valor calculado para cada una de las variables, ya sean éstas matrices, vectores o escalares.

5.1. MÓDULO 1: INICIALIZACIÓN

Inicialmente, el programa requiere de la entrada de dos parámetros básicos: el número de expertos (ne) y Beta.

5.2. MÓDULO 2: INTRODUCCIÓN DE LOS NÚMEROS FUZZY TRIANGULARES

Este módulo incluye la entrada de los números *fuzzy* triangulares (vector N_Fuzzy) bajo el esquema de «fecha cercana», «fecha probable» y «fecha lejana». Igualmente se solicita la inclusión de la importancia de cada uno de los expertos (vector PUNT). En el cuadro 1 se muestra la información que aparece en Workspace® del MatLab®.

Cuadro 1
Despliegue de la matriz N_Fuzzy y del vector PUNT

>> disp(N_Fuzzy)		
2003	2004	2010
2003	2005	2007
2003	2005	2010
2004	2006	2008
2005	2005	2008
2005	2006	2009
2005	2008	2010
2006	2008	2010
2007	2011	2013
2008	2010	2012

```

>> disp(PUNT)
258
456
357
159
651
951
852
369
147
369

```

5.3. MÓDULO 3: CÁLCULO DE LA MATRIZ DE ACUERDO (MA)

Éste es el módulo principal, en el cual se calcula, inicialmente, el área que hay en la intersección de los números *fuzzy* triangulares involucrados mediante la variable *INTERS*, así como la unión entre los mismos a través de la variable *UNION*. En el cuadro 2 se muestra algunos de los mensajes que despliega el *software*.

Cuadro 2

Mensajes del software *Int_Fuzzy* sobre los resultados de la intersección y la unión de los números *fuzzy*

INTERS=1.938	UNION=3.563	ENTRE E1 y E2
INTERS=1.750	UNION=3.750	ENTRE E1 y E4
INTERS=0.250	UNION=5.250	ENTRE E1 y E10
INTERS=2.000	UNION=3.500	ENTRE E2 y E3
INTERS=0.400	UNION=4.100	ENTRE E2 y E7
INTERS=1.905	UNION=3.595	ENTRE E3 y E4
INTERS=0.286	UNION=5.214	ENTRE E3 y E10
INTERS=0.500	UNION=3.500	ENTRE E4 y E8
INTERS=0.083	UNION=4.917	ENTRE E4 y E9
INTERS=1.125	UNION=2.375	ENTRE E5 y E6
INTERS=1.333	UNION=3.167	ENTRE E6 y E7
INTERS=0.100	UNION=3.900	ENTRE E6 y E10
INTERS=0.500	UNION=4.000	ENTRE E7 y E10
INTERS=0.750	UNION=4.250	ENTRE E8 y E9
INTERS=0.500	UNION=3.500	ENTRE E8 y E10
INTERS=1.833	UNION=3.167	ENTRE E9 y E10

Igualmente, el módulo 3 arroja el valor de la Matriz de Acuerdo representada por $S(i,j)$, cuyo resultado se muestra en el cuadro 3:

Cuadro 3
Despliegue de la Matriz de Acuerdo (MA)

>> disp(S)									
1.0000	0.5439	0.7778	0.4667	0.3953	0.4172	0.3012	0.2222	0.0744	0.0476
0.5439	1.0000	0.5714	0.3913	0.4000	0.2000	0.0976	0.0323	0	0
0.7778	0.5714	1.0000	0.5298	0.4286	0.5000	0.3521	0.2623	0.0833	0.0548
0.4667	0.3913	0.5298	1.0000	0.5429	0.6000	0.2500	0.1429	0.0169	0
0.3953	0.4000	0.4286	0.5429	1.0000	0.4737	0.2308	0.1290	0.0161	0
0.4172	0.2000	0.5000	0.6000	0.4737	1.0000	0.4211	0.2903	0.0606	0.0256
0.3012	0.0976	0.3521	0.2500	0.2308	0.4211	1.0000	0.8000	0.1579	0.1250
0.2222	0.0323	0.2623	0.1429	0.1290	0.2903	0.8000	1.0000	0.1765	0.1429
0.0744	0	0.0833	0.0169	0.0161	0.0606	0.1579	0.1765	1.0000	0.5789
0.0476	0	0.0548	0	0	0.0256	0.1250	0.1429	0.5789	1.0000

5.4. MÓDULO 4: CÁLCULO DEL COEFICIENTE DEL NIVEL DE CONSENSO (CNC)

El CNC es el factor más importante para determinar el valor del número *fuzzy* que integra la opinión de todos los expertos. Este módulo permite calcular este factor con base en los siguientes parámetros:

- El Nivel de Acuerdo Promedio (NAP)
- El Nivel de Acuerdo Relativo (NAR)
- El Grado de Importancia Relativa (w)
- El Factor de Ponderación Beta (β)

En el cuadro 4 se presentan los vectores resultantes arrojados por el *software* en el Módulo 4 para el ejemplo descrito. Se aclara que el valor de Beta incluido es igual a 0.5, de manera que se deja para el análisis de sensibilidad la variación de este factor de ponderación.

Cuadro 4
Despliegue de los vectores NAP, NAR, w y CNC

>> disp(NAP)	>>disp(NAR)	>> disp(w)	>> disp(CNC)
0.3607	0.1316	0.0523	0.0523
0.2485	0.0907	0.0650	0.0650
0.3956	0.1444	0.0405	0.0405
0.3267	0.1192	0.2000	0.2000
0.2907	0.1061	0.0723	0.0723
0.3321	0.1212	0.0924	0.0924
0.3040	0.1109	0.2000	0.2000
0.2443	0.0891	0.0322	0.0322
0.1294	0.0472	0.0543	0.0543
0.1083	0.0395	0.1910	0.1910

5.5. MÓDULO 5: CÁLCULO DEL NÚMERO FUZZY INTEGRADO

Mediante este módulo el *software* determina la respuesta que se ha estado buscando a través de los cálculos previos.

En el cuadro 5 se muestra el resultado alcanzado para un Beta igual a 0.5, es decir, valorando por igual tanto al nivel de consenso como a la importancia de cada experto.

Cuadro 5
Despliegue del vector respuesta N_Fuzzy_Int

```
>> disp(N_Fuzzy_Int)
      1.0e+003 *
2.004,8  2.006,7  2.009,5
```

Aproximando los valores del vector resultante se podría decir que la estimación resultante sería el número *fuzzy* triangular (2005, 2007, 2010).

5.6. MÓDULO 6: GRÁFICO DEL NÚMERO FUZZY INTEGRADO

La figura 10 muestra el pantallazo que arroja el *software* al desplegar la figura del vector respuesta (N_Fuzzy_Int) antes de realizar el análisis de sensibilidad, mostrado en la parte inferior, y los gráficos de todos los números *fuzzy* que se incluyeron al inicio, mostrados en la parte superior.

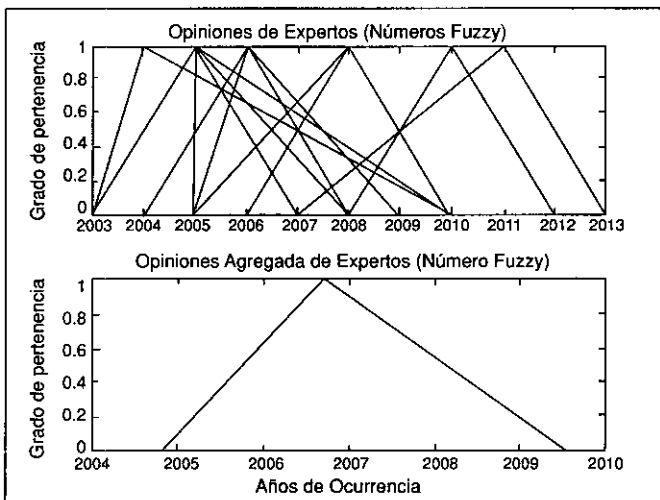


Figura 10. Pantallazo con la gráfica de los números *fuzzy* antes de la sensibilidad

Obsérvese que el número *fuzzy* integrado de la figura coincide con los valores mostrados en el cuadro 5.

5.7. MÓDULO 7: ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Éste es el módulo final del *software* y permite observar cómo es el comportamiento del vector respuesta cuando se varía el parámetro Beta de cero (0) a uno (1). A continuación aparecen los resultados tanto en valores numéricos (cuadro 6) como su comportamiento gráfico (figura 11):

Cuadro 6
Despliegue del vector N_Fuzzy_Sens

>> disp(N_Fuzzy_Sens) 1.0e+003 *			
0	2.0044	2.0062	2.0094
0.0001	2.0045	2.0063	2.0094
0.0002	2.0046	2.0064	2.0094
0.0003	2.0047	2.0065	2.0095
0.0004	2.0047	2.0066	2.0095
0.0005	2.0048	2.0067	2.0095
0.0006	2.0049	2.0068	2.0096
0.0007	2.0050	2.0069	2.0096
0.0008	2.0050	2.0070	2.0096
0.0009	2.0051	2.0071	2.0097
0.0010	2.0052	2.0072	2.0097

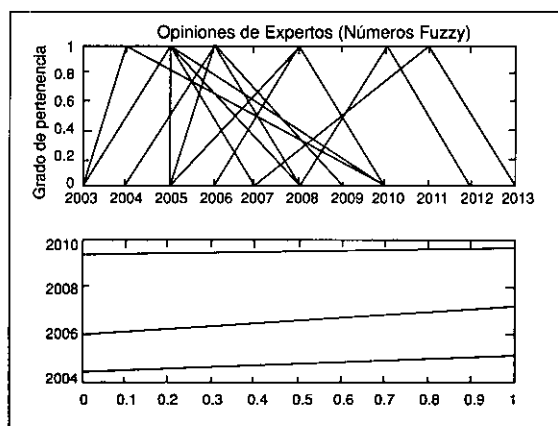


Figura 11. Pantallazo con la gráfica de los números *fuzzy* después de la sensibilidad

Por lo anterior se puede concluir que la estimación más razonable para el ejemplo realizado es(2005, 2006.5, 2009.5), la cual es ligeramente diferente a la encontrada inicialmente (2005, 2007, 2010) pero más robusta.

CONCLUSIONES

Este artículo muestra la forma en que se pueden llevar a cabo los resultados de convergencia de las opiniones provenientes de diferentes expertos cuando se hace prospectiva Delphi. Se hace necesario el uso de al menos dos rondas. La primera con preguntas abiertas y la segunda con preguntas cerradas sobre la fecha de ocurrencia de eventos identificados en la primera ronda. Las fechas de ocurrencia propuestas por cada experto para cada evento se asocian a números *fuzzy* triangulares (fecha optimista, fecha probable, fecha pesimista) y se integran mediante un proceso *fuzzy* (Hsu & Chen, 1996). Se desarrolló un *software* para la toma de opiniones, los cálculos necesarios para el proceso de integración *fuzzy* y la muestra de resultados (tabular y gráfica) incluyendo el análisis de sensibilidad. Con el propósito de mostrar el proceso de integración aplicado a números *fuzzy* triangulares se presenta un ejemplo de estudio.

Referencias

- BARDOSSY, A., DUCKSTEIN, L. & BOGARDI, I., Combination of fuzzy numbers representing expert opinions. *Fuzzy Sets and Systems* 57 (1993), 173-181.
- BAS, ENRIC, *Prospectiva: Herramientas para la gestión estratégica del cambio*. Barcelona: Ariel, 1999. 159 p.
- CARLSSON, Christer & FULLER, Robert, *Fuzzy Reasoning in Decision Making and Optimization*. New York: Physica - Verlag, 2002. 339 p.
- CHANDUVI SUAREZ, Carlos, Technology Foresight Initiative for Latin America. An overview of the Programme. En *Investment & Technology Promotion: UNIDO* (www.unido.org/doc/330962.htmls#business). 2001.
- CHENG, Ching-Hsue & LIN, Yin, Evaluating the best main battle tank using fuzzy decision theory with linguistic criteria evaluation. *European Journal of Operational Research* 142 (2002), 174-186.
- FOREN. A., *practical Guide to Regional Foresight*. European Communities: JRC-IPTS, PREST, CM International and Sviluppo Italia, 2001. 132 p.
- Hsu, Hsi-Mei & CHEN, Chen-Tung, Aggregation of fuzzy under group decision making. *Fuzzy Sets and Systems* 79 (1996), 279-285.
- SHIKAWA, Akira, AMAGASA, Michio, SHIGA, Tetsuo, TOMIZAWA, Giichi, TATSUTA, Rumi & MIENO, Hiroshi, The max-min Delphi method and fuzzy Delphi method via fuzzy integration. *Fuzzy Sets and Systems* 55 (1993) 241-253.

- KLIR, George J. & YUAN, Bo, *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic. Theory and Applications*. New Jersey: Prentice-Hall, 1995. 574 p.
- LANDETA, Jon, *El método Delphi: Una técnica de previsión para la incertidumbre*. Barcelona: Ariel, 1999. 223 p.
- MURRAY, Thomas J., PIPINO, Leo L. & GIGCH, John P., A pilot study set modification of Delphi. *Human Systems Management* 5 (1985), 76-80.
- NGUYEN, Hung T. & WALKER, Elbert A., *A First Course in Fuzzy Logic*. Nueva York: Chapman & Hall / CRC, 2001. 372 p.
- XU, R.N. & ZHAI, X.Y., Extensions of the analytic hierarchy process in fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems* 52 (1992), 251-257.
- ZADEH, Lotfi A., Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-3, January, 1973, pp.28-44.
- ZWICK, R., CARLSTEIN E. & BUDESCO D.V., Measures of similarity among fuzzy concepts: A comparative analysis. 1987. Citado en Hsu, Hsi-Mei and Chen, Chen-Tung, Aggregation of fuzzy under group decision making. *Fuzzy Sets and Systems* 79 (1996), 279-285.