

# Sistemas de control pasivos y activos de aislamiento de base para edificios sometidos a acciones sísmicas

Nelson Molinares Amaya\*

---

## Resumen

*En este artículo se examina la eficacia de los sistemas de control de aislamiento de base, tanto pasivos como activos, y se propone uno híbrido que aplica una fuerza sobre la base. La componente pasiva del sistema propuesto está constituida por un aparato de apoyo que puede ser de tipo histerético, friccional o una combinación de ambos. La fuerza de control activo tiene como objetivo la reducción del desplazamiento de la base y se calcula mediante una ley de control que garantiza un comportamiento estable del sistema estructura – aislamiento de base frente a una amplia clase de incertidumbres tanto del modelo dinámico como de la excitación sísmica. Mediante un amplio estudio numérico se muestra que el sistema propuesto mejora el comportamiento global del edificio, especialmente para excitaciones con frecuencias predominantes, para las cuales la respuesta de la estructura con control pasivo es máxima.*

**Palabras clave:** Diseño sísmico, aislamiento de base, control activo, sistemas de control pasivo, sistemas de control híbridos, fuerza de control, control adaptativo.

## Abstract

*The effectiveness of passive and active base isolation systems is examined, and a class of hybrid control system which applies a single force on the structural base is proposed. The passive component of the system is a support device which can be hysteretic, frictional or a combination of both.*

*The control force is applied with the objective of reducing the base displacements. It is calculated by means of an adaptive feedback control law which assures an adequate response of structure–base isolation system in presence of uncertainties in the characteristics of the dynamic model and of the seismic excitation. The effectiveness of the system proposed has been evaluated by means of an extensive numerical study whose main results are shown in this paper.*

**Key words:** Seismic design, Base isolation, active control, passive control systems, hybrid control systems, control force, adaptive control.

Fecha de recepción: 11 de agosto de 2003  
Fecha de aceptación: 10 de noviembre de 2003

---

\*Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos; Master en Ingeniería Sísmica y Dinámica Estructural. Profesor del Departamento de Ingeniería Civil, Universidad del Norte. nmolinar@uninorte.edu.co

## INTRODUCCIÓN

El objetivo fundamental del diseño antisísmico tradicional de edificios es disipar una parte de la energía inducida por ellos, con el fin de mantener las aceleraciones y desplazamientos de la estructura dentro de unos límites marcados por condiciones de seguridad, servicio y confort humano. En todas las normativas de diseño sísmico se indican ciertos detalles de diseño cuya aplicación permite que se consiga la disipación mediante la plastificación de algunos elementos estructurales que, en el caso de edificios son la entrega de las vigas a las columnas. Estas medidas incrementan la capacidad de resistencia de las estructuras, lo que evita que sufran daños importantes. Los principios del *diseño sismorresistente convencional* se aplican en la práctica a través de medidas tradicionales, que pueden resumirse en<sup>[1]</sup>:

- Peso y rigidez de la estructura distribuidos uniforme y simétricamente.
- Uso de estructuras ligeras y con el centro de gravedad lo más bajo posible.
- Elementos estructurales vinculados entre sí de manera que formen contornos cerrados y diseñados, de tal forma que se aseguren los criterios de resistencia y disipación de energía.
- Cimentaciones profundas, apoyadas sobre capas de suelo uniformes y firmes.  
Mediante la aplicación de estas medidas se consigue un incremento de la capacidad de resistencia que no permite daños importantes en las estructuras sometidas al efecto del movimiento sísmico. Sin embargo, también se pueden destacar algunos inconvenientes de un diseño convencional:
- Conduce a estructuras más rígidas, más pesadas y de mayor costo.
- Las incertidumbres en las acciones sísmicas pueden provocar daños importantes e incluso el colapso de la estructura.

Estas desventajas pueden remediarse parcialmente mediante el uso de *sistemas de control pasivos de aislamiento de base*, que introducen una serie de medidas que pueden ser clasificadas en dos categorías:

- *Estructurales*, que tienen como objetivo concentrar el daño en ciertas zonas preestablecidas de la estructura, y de esta manera se protege las zonas críticas de la misma.
- *No estructurales*, que incorporan en la estructura mecanismos que absorben parcialmente la energía inducida por la excitación.

Uno de los más importantes sistemas de control pasivo es el aislamiento de base, el cual desacopla parcialmente la estructura del movimiento del terreno mediante mecanismos que incrementan la flexibilidad del sistema global estructura-base y, al mismo tiempo producen un amortiguamiento apropiado. Estos sistemas absorben parte de la energía inducida por el terreno y, de esta manera, reducen el desplazamiento relativo entre elementos estructurales. Este sistema combina medidas estructurales (reducción del número de vínculos entre la estructura y el terreno) con otras de carácter no estructural (utilización de aparatos de apoyo especiales)<sup>[2,3]</sup>. Su principal desventaja consiste en que su capacidad de reducir la respuesta estructural es limitada y depende del contenido frecuencial de la excitación. Entre los más difundidos se encuentran los de *fricción pura*, los de *goma laminada*, los *flexible-friccionantes*, el desarrollado por la compañía eléctrica francesa *Electricité de France* y el *Neozelandés*. Básicamente, los aislamientos de base se pueden dividir en dos grandes familias: los elastómeros, que son sistemas histeréticos, y los deslizantes, que son sistemas friccionales. Todos los sistemas mencionados se obtienen combinando estos dos tipos de aislamiento de distintas maneras<sup>[3]</sup>.

Otro procedimiento, cada vez más utilizado en la reducción de las vibraciones estructurales, consiste en incorporar a la estructura mecanismos alimentados por una fuente de energía exterior, capaces de ejercer *fuerzas de control*. Dichos mecanismos se incluyen en un lazo cerrado gobernado por un computador, lo que permite calcular continuamente (en tiempo real) las fuerzas de control que deben aplicarse, en función de los valores de la respuesta estructural medida, utilizando un algoritmo de control. Un sistema de este tipo, denominado de *control activo*, está conformado básicamente por *sensores* que miden la respuesta de la estructura, un *computador* que calcula el valor de las fuerzas de control por medio de una *estrategia de control y mecanismos actuadores* que ejercen dichas fuerzas sobre la estructura. Algunas de las estrategias de control más utilizadas en el control activo de estructuras son la realimentación negativa, el control óptimo, la asignación de polos, el control predictivo y el control adaptativo<sup>[4-6]</sup>. La utilización del control activo evita la principal desventaja de los anteriores procedimientos, ya que, por su propia concepción, es capaz de adecuarse automáticamente a las características de la excitación. Además, consigue una reducción de la respuesta estructural muy superior a la obtenida mediante sistemas pasivos<sup>[7]</sup>. Sin embargo, los sistemas de control activo requieren un importante aporte de energía para gobernar el movimiento de los actuadores.

Para remediar este inconveniente se han desarrollado los denominados *sistemas híbridos*, que combinan sistemas activos y pasivos<sup>[8]</sup>. Un tipo de sistema híbrido que ha despertado un notable interés en los últimos años consiste en la combinación de un sistema de aislamiento de base con uno de control activo que aplique fuerzas sobre la base. El aislamiento de base, que constituye la parte

pasiva del sistema híbrido, consigue reducir al mismo tiempo los desplazamientos relativos de la estructura y la aceleración absoluta de la misma. De esta manera, la estructura sufre un movimiento parecido a uno de sólido rígido, y como consecuencia de éste presenta un significativo desplazamiento de la base. El objetivo del control activo es reducir este movimiento mediante la aplicación de una fuerza en dicha base. Desde un punto de vista práctico, es posible alcanzar el mencionado objetivo mediante una única fuerza, que además no excede unos límites aceptables debido a la gran flexibilidad de los aparatos de apoyo utilizados. Desde un punto de vista teórico, el desarrollo de una ley de control que proporcione la fuerza presenta dificultades relacionadas tanto con el comportamiento no lineal del sistema de aislamiento como con las incertidumbres asociadas a la modelización del sistema global estructura - aislamiento y de la excitación.

En este sentido, en la referencia [9] se propone una ley de control robusto adecuada a sistemas lineales. También para sistemas lineales se ha propuesto la aplicación del control predictivo en la referencia [10], mientras que en la referencia [11] se ha utilizado una ley de control *bang bang*. En la referencia [12] se ha analizado un caso de sistema de aislamiento friccional aplicado a un sistema con un solo grado de libertad y con una ley de control heurística, muy sensible a los errores de modelización.

En este trabajo se desarrolla una nueva ley de control que garantiza un comportamiento adecuado, tanto de la estructura como de la base, frente a una amplia clase de no linealidades del sistema de apoyo y a incertidumbres del modelo dinámico y de la excitación.

## FORMULACIÓN DEL SISTEMA HÍBRIDO

Se considera una estructura de edificación cuya base se apoya sobre un sistema de aislamiento, tal como se ilustra en la figura 1, en la cual el aislamiento es la componente pasiva del sistema híbrido, y al mismo tiempo, sobre la base de la estructura se aplican fuerzas de control activo mediante un actuador. Para describir el movimiento del sistema descrito, se consideran dos subsistemas acoplados: el Edificio y la base con aislamiento. El modelo estructural que se utiliza está fundamentado en que la estructura, debido al efecto de los aparatos de apoyo, tiene un comportamiento prácticamente lineal y el aparato de apoyo tiene uno no lineal, lo cual conduce a un modelo de mucho interés práctico que simplifica razonablemente el problema<sup>[13,14]</sup>.

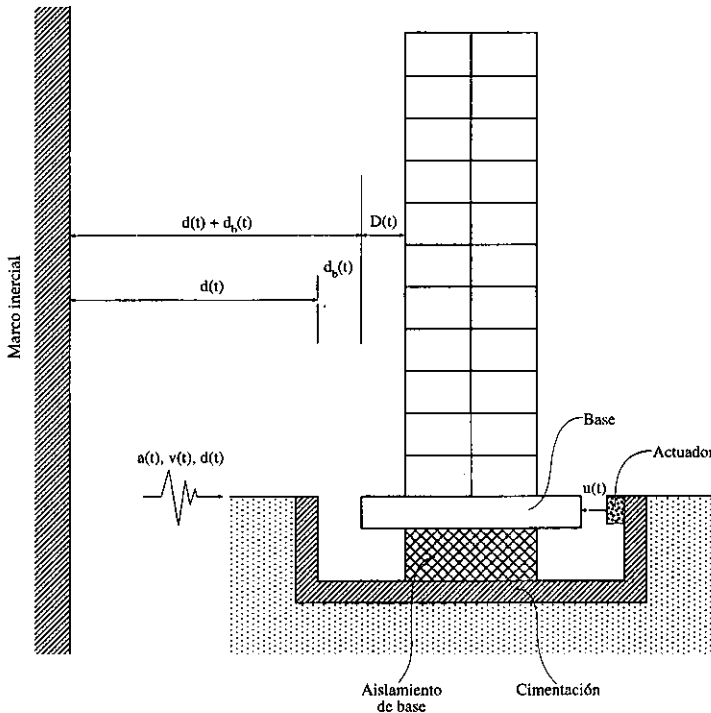
El movimiento de la estructura se describe mediante un vector  $D$ , que representa el desplazamiento horizontal según sus  $n$  grados de libertad respecto a un sistema de referencia inercial. Se considera, en una primera aproximación,

que la base aislada de la estructura tiene un único grado de libertad (su traslación  $d_b$  en la dirección del terremoto) respecto de dicho sistema de referencia. La excitación es producida por un movimiento sísmico horizontal caracterizado por un desplazamiento  $d(t)$  y por una velocidad  $v(t)$ . Sobre la base de la estructura actúa una fuerza de control activo  $u(t)$ , horizontalmente en dirección del movimiento. Con todo, las ecuaciones del movimiento del sistema son:

$$\sum_r : M\ddot{D} + C\dot{D} + KD = CJ\dot{d}_b + KJd_b \quad (1)$$

$$\sum_c : m_b\ddot{d}_b + [c_b + J^T C J]\dot{d}_b + [k_b + J^T K J]d_b - J^T C D - J^T K D - c_b v - k_b d + f = u \quad (2)$$

Donde  $M$ ,  $C$  y  $K$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente.  $J$  es el vector que expresa el movimiento de sólido rígido según los grados de libertad del modelo,  $m_b$ ,  $c_b$  y  $k_b$  son la masa, el amortiguamiento y la rigidez de la base, y  $f$  es la fuerza no lineal ejercida por el aislamiento de base sobre  $m_b$ , la cual depende de la naturaleza del aislamiento utilizado. En la referencia [3] se presentan diferentes modelos que se utilizan en la actualidad para describir la fuerza  $f$ . En este trabajo sólo se considerarán sistemas *histeréticos* y de *fricción pura* para la componente pasiva del sistema híbrido que se propone.



**Figura 1.** Estructura de edificación con sistema de control híbrido de aislamientos base

## ESTRATEGIA DE CONTROL

Se formula una ley de control para una clase de sistemas mecánicos no lineales que pueden descomponerse en dos subsistemas acoplados, sobre uno de los cuales se aplican fuerzas de control activo. El control formulado para el sistema de control híbrido que se plantea en este artículo, bajo ciertas hipótesis, garantiza una forma de estabilidad práctica en los siguientes términos: *el estado del subsistema controlado tiende a un entorno de su estado de equilibrio arbitrariamente pequeño, mientras que el estado del subsistema acoplado (sobre el que no actúa control) tiende a otro entorno pequeño de su estado de equilibrio.* La fuerza de control obtenida es de naturaleza no lineal y adaptativa, que no requiere de un conocimiento previo de los parámetros del sistema, ni de la excitación sísmica.

La formulación de la ley de control requiere completar la descripción del sistema con las siguientes hipótesis:

**Hipótesis 1.** Las matrices  $M$ ,  $C$  y  $K$  son positivas con  $M$  y  $K$  simétricas.

**Hipótesis 2.** Sea

$$g(t, d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}) = -c_b v(t) - k_b d(t) + [c_b + J^T C J] \dot{d}_b + [k_b + J^T K J] d_b - J^T C \dot{D} + f(d_b, \dot{d}_b) \quad (3)$$

Esta función incluye los efectos de amortiguamiento, rigidez, acoplamiento con la estructura, no linealidades de los apoyos y excitación exterior sobre la base, tal como los describen las ecuaciones (1) y (2). Nótese que  $g$  es una función continua en sus argumentos  $d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}$ . En cuanto al tiempo, se supone que  $g$  es medible, lo que es lo mismo que suponer que esta condición se cumple también para la excitación definida por  $\dot{d}(t)$  y  $v(t)$ .  $g$  se considera desconocida, pero se supone que existe una constante desconocida  $\alpha$  y una función continua conocida  $\gamma$  tal que:

$$|g(t, d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D})| \leq \alpha \gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}) \quad (4)$$

Puede observarse ahora cuál es la clase de incertidumbres que se considera en el sistema, ya que la única información requerida acerca del mismo para el diseño de la ley de control es la función continua  $\gamma$ .

## FORMULACIÓN DE LA LEY DE CONTROL

Sean  $\lambda > 0$  y  $\bar{k} > 0$  parámetros especificados. La estrategia de control se define en la forma

$$u(t) = -k(t) [d_b(t) + \dot{d}_b(t) + \gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}) s_\lambda(d_b + \dot{d}_b)] \quad (5)$$

$$k(t) = \bar{k} [ |d_b(t) + \dot{d}_b(t)| + \gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}) d_\lambda(d_b, \dot{d}_b) ] \quad (6)$$

$$k(0) = k_0 \quad (\text{condición inicial dada}) \quad (7)$$

Para implementarla hay que calcular en cada instante  $t$  el control  $u(t)$  por medio de la ecuación (5). Para ello se necesita resolver numéricamente la ecuación (6) bajo la condición inicial dada (7). En las ecuaciones (5), (6) y (7),  $s_\lambda$  y  $d_\lambda$  son funciones definidas en la forma

$$s_\lambda(d_b, \dot{d}_b) = \begin{cases} \frac{d_b + \dot{d}_b}{|d_b + \dot{d}_b|}, & \text{si } |d_b + \dot{d}_b| \geq \lambda \\ \frac{d_b + \dot{d}_b}{\lambda}, & \text{si } |d_b + \dot{d}_b| < \lambda \end{cases} \quad (8)$$

$$d_\lambda(d_b, \dot{d}_b) = \begin{cases} |d_b + \dot{d}_b| - \lambda, & \text{si } |d_b + \dot{d}_b| \geq \lambda \\ 0, & \text{si } |d_b + \dot{d}_b| < \lambda \end{cases} \quad (9)$$

El paso previo requerido para la aplicación de la estrategia de control es la definición de la función  $\gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D})$ , que depende del sistema controlado. Para definirla debe disponerse de un modelo que describa las características del sistema de aislamiento a través de la fuerza  $f$  de la ecuación (3), para sistemas de aislamiento histeréticos, friccionales o para una combinación de los dos. La estrategia de control admite que la fuerza  $f$  sea desconocida pero acotada.

Resumiendo, para la implementación de la ley de control se deben utilizar en las ecuaciones (5) a la (9) los valores de los desplazamientos y de las velocidades proporcionados por sensores, a fin de calcular la fuerza de control  $u(t)$ . También es necesario fijar los valores de  $\lambda$ ,  $k_0$  y  $\bar{k}$ . Entre estos parámetros, el más importante es  $\lambda$ , que define el entorno de estabilidad y que tiene una influencia determinante en alcanzar los objetivos del control.

## EVALUACIÓN NUMÉRICA DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

En este apartado se pretende evaluar la mejora experimentada por el comportamiento sísmico de la estructura con sistema pasivo de aislamiento al aplicar una fuerza de control activo sobre la base, para lo cual un caso de especial interés es aquel en que la frecuencia de la excitación coincide con la del aislamiento, debido a lo cual se producen desplazamientos muy grandes de la base e importantes amplificaciones de la respuesta de la estructura. Esto puede presentarse, por ejemplo, cuando no se predice correctamente el rango de frecuencias de la señal sísmica esperada.

Las tres principales componentes del sistema híbrido, cuya influencia en el comportamiento global del sistema se analizan en lo siguiente, son: la estructura, el aislamiento de la base y la ley de control adaptativo.

**La estructura.** Para examinar el comportamiento de un amplio rango de tipo de estructuras, se considera un modelo con un solo grado de libertad, con una masa de  $6 \times 10^5$  Kg y un factor de amortiguamiento crítico de  $0.05$ , al cual se le varía la rigidez y se le calcula su respuesta máxima para, de esta manera, realizar un análisis frecuencial.

**El sistema pasivo de aislamiento de base.** Se considera que este componente del sistema híbrido puede ser de cualquiera de los dos tipos genéricos más utilizados en la actualidad: histerético y friccional.

Cuando se considera el caso de sistemas de aislamiento friccionales, la fuerza  $f$  viene dada por<sup>[15,16]</sup>

$$f_1 = -\text{sign}(x) [\mu_{\max} - \Delta\mu e^{-\beta|d_b|}] Q \quad (10)$$

Donde  $Q$  es la fuerza normal a la superficie de fricción,  $\mu$  es el coeficiente de fricción,  $\beta$  es una constante,  $\mu_{\max}$  es el coeficiente de fricción a gran velocidad de deslizamiento, que se considera constante, mientras que  $\Delta\mu$  es la diferencia entre  $\mu_{\max}$  y el coeficiente de fricción a baja velocidad de deslizamiento, que también se considera constante. Finalmente,  $x$  es el desplazamiento relativo de la base respecto al terreno, es decir,  $d_b - d$ .

Para el caso de los sistemas de apoyo histeréticos se utiliza el modelo constitutivo de Wen<sup>[17]</sup> para definir la fuerza restitutiva correspondiente  $f_z = f^y z$ , donde  $f^y$  es la fuerza de fluencia del material constituyente del sistema de apoyo y  $z$  una variable auxiliar definida por la ecuación diferencial

$$\frac{d_z}{d_x} = A \pm (v_1 \pm v_2) z^m \quad (11)$$

Los parámetros  $A$ ,  $v_1$ ,  $v_2$  y  $m$  permiten la descripción de una clase muy amplia de ciclos histeréticos, desde materiales elásticos hasta elasto-plásticos. Cuando la fuerza  $f$  es la suma de las fuerzas  $f_1$  y  $f_2$ , para la función  $\gamma$  se obtiene la siguiente expresión<sup>[16]</sup>:

$$\gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}) = [d_b^2 + \dot{d}_b^2 + D_1^2 + \dots D_n^2 + \dot{D}_1^2 + \dots \dot{D}_n^2 + 1 + z(d_b)^2 + e^{-\beta|d_b|}]^{1/2} \quad (12)$$

Las características del aislamiento para el caso histerético vienen dadas por las constantes  $A = 1$ ,  $v_1 = 0.5$ ,  $v_2 = 0.5$  y  $m = 1$ . Además la fuerza y el desplazamiento de fluencia se fijan en  $f^y = 1.5 \times 10^3$  N y  $d^y = 0.0245$  m y se utiliza un factor de amortiguamiento crítico de  $0.2$ . En el caso friccional se toman unos coeficientes de deslizamiento  $\mu_{\min} = 0.165$ ,  $\mu_{\max} = 0.265$  y un factor de amortiguamiento crítico de  $0.1$ . Para los dos tipos de aislamiento de base utilizados, se toma una rigidez de la base

$$k_b = 0.1185 \times 10^8 \frac{N}{m}$$



**Definición de la excitación.** En las diferentes simulaciones numéricas realizadas se han utilizado dos tipos de excitación sísmica  $a(t)$ : uno sinusoidal con amplitud constante y el otro mediante acelerogramas registrados de terremotos reales. Cuando la excitación  $a(t)$  se considera de tipo armónico, viene dada por

$$a(t) = A \operatorname{sen} \theta t, \text{ donde } A \text{ es la amplitud en } \frac{m}{s^2}, \theta \text{ es la frecuencia de la excitación en } \frac{\text{rad}}{s} \text{ y } t \text{ es el tiempo en segundos.}$$

En los casos en que se ha definido  $a(t)$  mediante terremotos reales, se han utilizado dos registros diferentes correspondientes a los terremotos de El Centro (1940) y México (1985). Éstos pueden verse en las figuras 2 y 3 respectivamente.

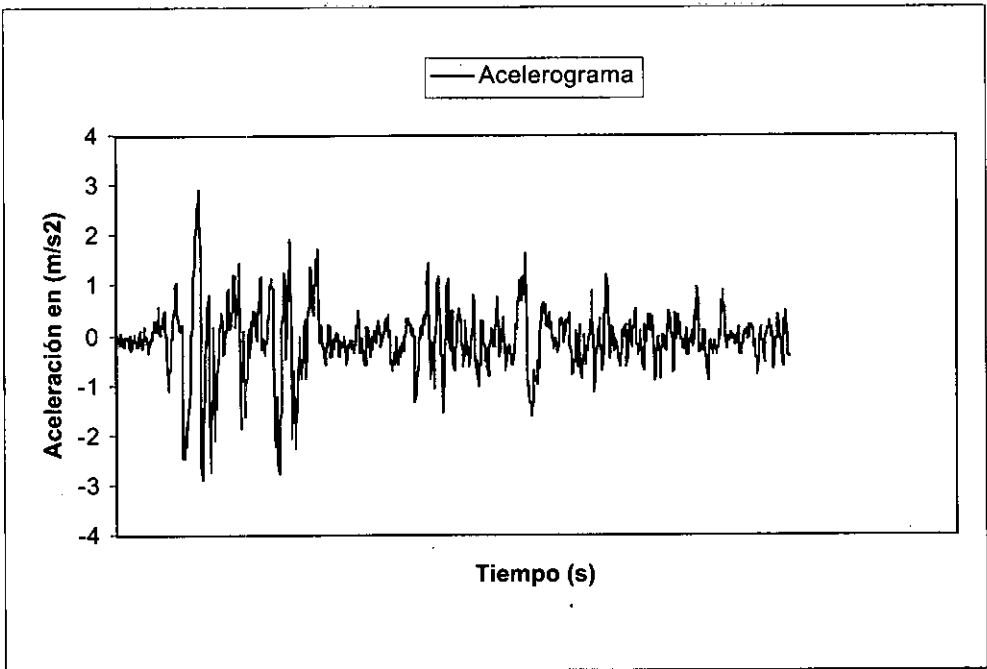


Figura 2. Acelerograma del terremoto del centro (1940)

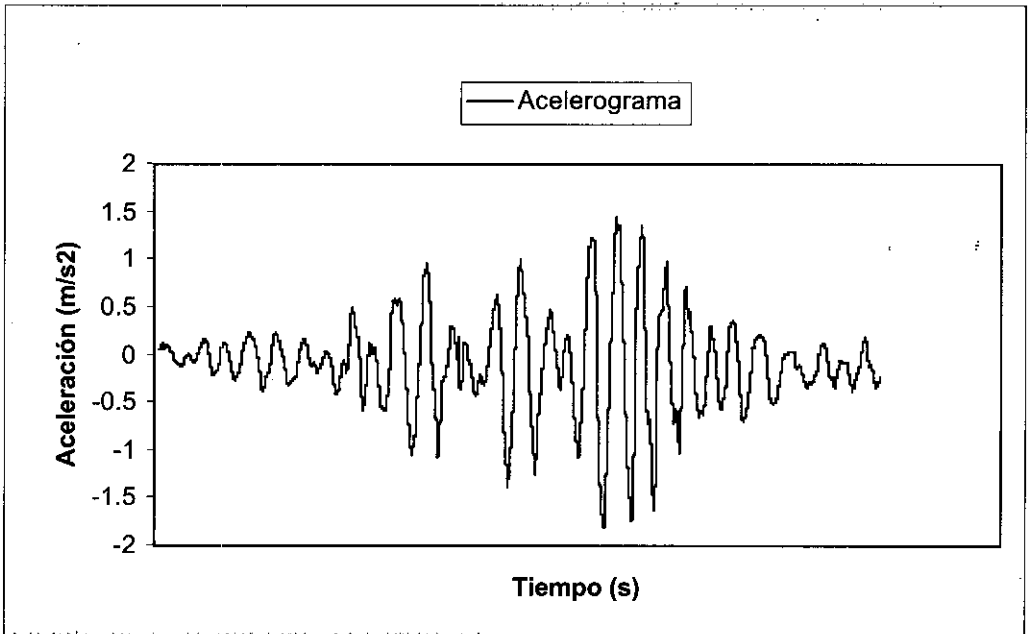


Figura 3. Acelerograma del terremoto de Ciudad de México (1985)

**Ley de control adaptativo.** Ésta tiene como parámetro más importante el coeficiente  $\lambda$ , que define el radio del círculo centrado en cero hacia el cual tiende asintóticamente la respuesta, el cual se fija en 0.5 para los diferentes análisis frecuenciales y posteriormente se estudia el efecto de su variación sobre la respuesta controlada del sistema.

#### PARÁMETROS PARA LA EVALUACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA

- **El desplazamiento absoluto de la base aislada** permite juzgar tanto el comportamiento del aislamiento como el de la ley de control, ya que el objetivo principal de la estrategia de control implementada es controlar este desplazamiento. Además dicho parámetro es fundamental para diseñar las instalaciones que unen al edificio con la cimentación.
- **El desplazamiento relativo del punto más alto de la estructura con respecto a la base** condiciona los esfuerzos y las tensiones que se producen en las columnas y vigas de la estructura, por lo que proporciona una medida de daño sufrido por dicha estructura.

- *La aceleración absoluta en los pisos de la estructura*, haciéndose especial hincapié en la aceleración del piso superior, proporciona una medida del nivel de confort y además es la principal causante de daño en los equipos del edificio.
- *El módulo de la fuerza de control aplicada sobre la base* condiciona las características del actuador que se debe utilizar.

### Estudio frecuencial

Se ha considerado el modelo con un solo grado de libertad con aislamiento de base tanto hysterético como friccional sometido a la acción de los terremotos de El Centro y México, variando el período de la estructura entre 0.1 y 3.0s y se simulan resultados para los casos pasivo e híbrido, que permiten comparar el efecto de estos dos sistemas en la reducción de la respuesta sísmica máxima del modelo.

En las figuras 4(a) y 4(b) se supone que el sistema de aislamiento de base es adecuado para las características de un terremoto como el de El Centro. En estas figuras se muestran representaciones gráficas del máximo desplazamiento absoluto de la base en función de los períodos naturales de la estructura; la figura 4(a) corresponde al aislamiento hysterético y la figura 4(b) al friccional. En ellas se observa el adecuado comportamiento de la estructura en el caso pasivo y la sustancial reducción de la respuesta en el caso híbrido, lo que está de acuerdo con la teoría de control utilizada. También puede verse que frente al terremoto de México el caso pasivo presenta un inadecuado comportamiento, y se alcanzan valores inaceptables del desplazamiento absoluto de la base, mientras que el caso híbrido presenta valores mucho menores a lo largo de todo el rango de períodos analizados. Esta es la ventaja de la fuerza de control activo del sistema híbrido considerado: *La reducción del desplazamiento de la base en casos en que el sistema pasivo de aislamiento no se comporta adecuadamente*. Las figuras 4(a) y 4(b) también permiten observar que el control híbrido se comporta adecuadamente tanto si el sistema de aislamiento es hysterético o friccional.

Se ha hecho un estudio frecuencial similar para analizar el máximo desplazamiento de la estructura relativo a la base, frente a los terremotos de El Centro y de México. En la figura 4(c) se muestran los resultados para el caso hysterético y en la 4(d) para el friccional. Puede observarse que en el caso híbrido se producen mayores valores que los correspondientes al pasivo. Este empeoramiento es debido a la aplicación de la fuerza sobre la base, ya que al controlar el desplazamiento de ésta, se limita la capacidad de disipación de energía del aislamiento. Sin embargo, dicho empeoramiento no ocurre en todos los casos, ya que, como puede apreciarse en la figura 4(c), a partir de cierto

período de la estructura el sistema híbrido reduce el desplazamiento relativo. También se vuelve a comprobar que en los casos en que el sistema pasivo falla, el híbrido mejora notablemente la respuesta. Esto se observa al comparar las respuestas frente al terremoto de México, siendo más notable esta afirmación en el caso friccional de la figura 4(d), en el cual el control híbrido es mejor que el pasivo en todo el rango de períodos analizado.

Una comparación del caso pasivo con el híbrido, pero utilizando como parámetro la aceleración absoluta máxima del punto más alto de la estructura, se puede ver en los gráficos de las figuras 4(e) y 4(f), correspondiendo la primera al caso histerético y la segunda al friccional. En estas dos figuras se corrobora lo dicho anteriormente respecto al empeoramiento de la respuesta en el caso híbrido frente al terremoto de El Centro y su notable mejora frente al de México, indiferentemente del tipo de aislamiento empleado.

En las figuras 4(g) y 4(h) se muestra la máxima fuerza de control activo aplicada sobre la base en los casos histerético y friccional, respectivamente, y en ellas puede verse que las fuerzas necesarias para controlar el desplazamiento de la base frente al terremoto de México son mayores que las necesarias cuando la excitación es el terremoto de El Centro. Esto es explicable, ya que, como se comentó, las características del aislamiento son adecuadas para un sismo del tipo El Centro, por lo que el buen comportamiento del aislamiento permite controlar el sistema mediante fuerzas no muy altas. Frente al terremoto de México, el

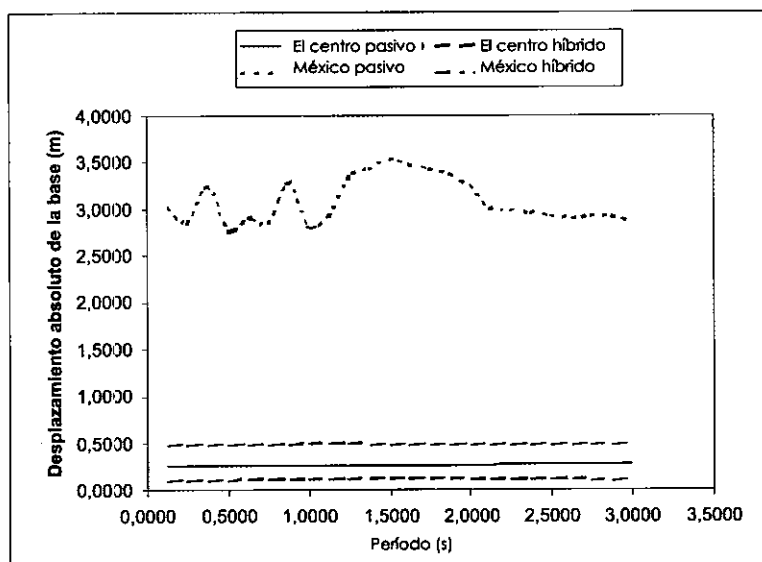


Figura 4(a) Máximos desplazamientos absolutos de la base – Caso histerético

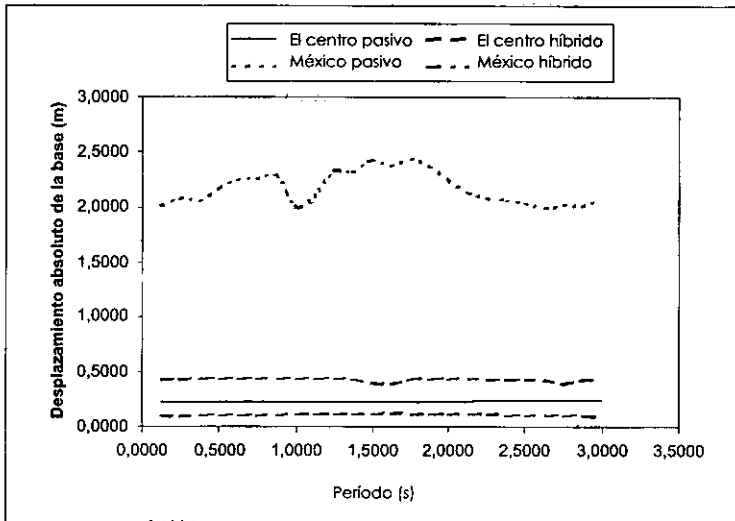


Figura 4(b) Máximos desplazamientos absolutos de la base – Caso friccional

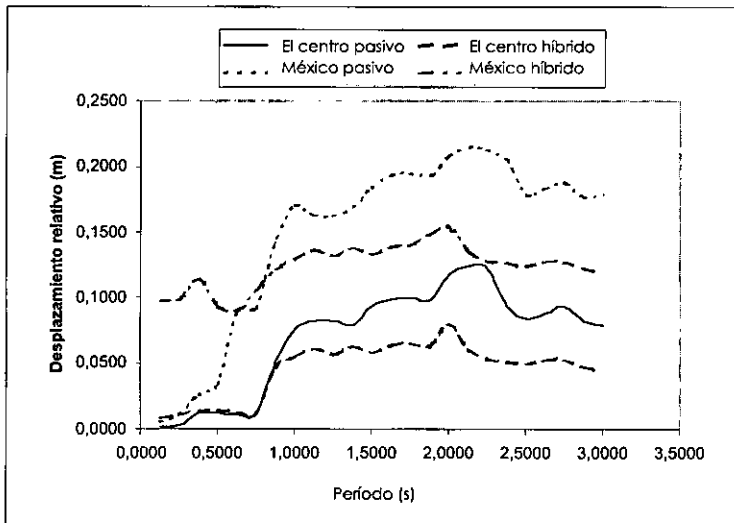
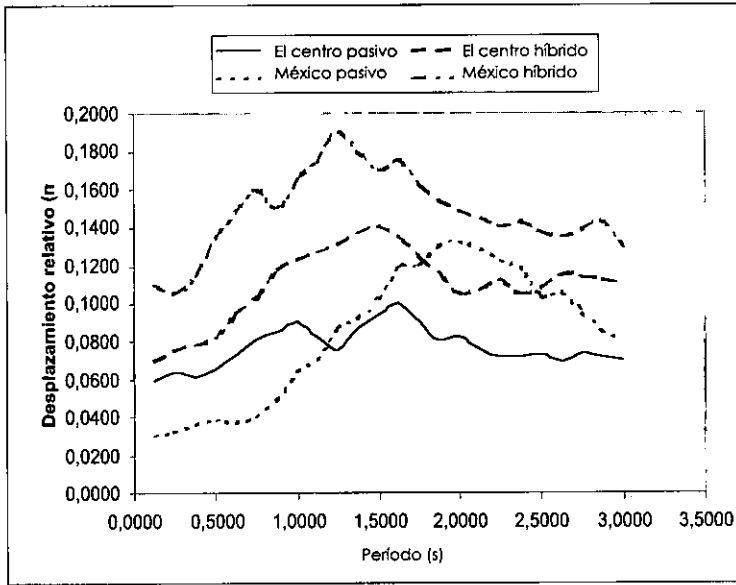
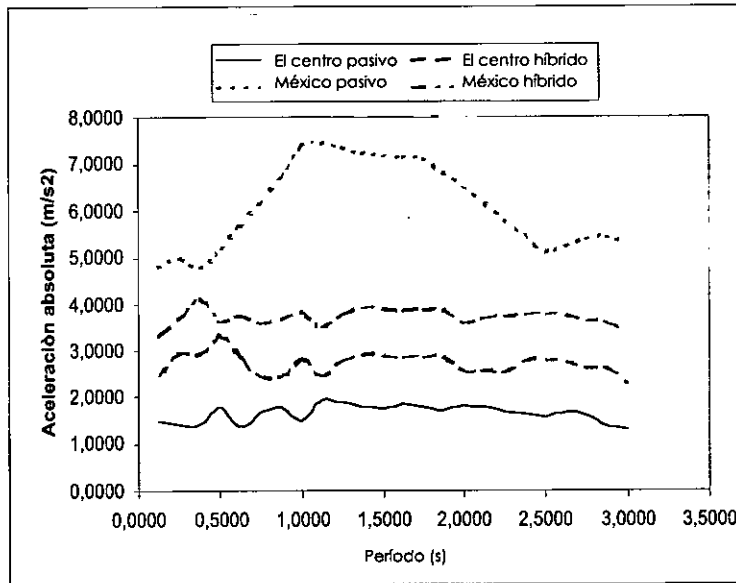


Figura 4(c) Máximos desplazamientos relativos – Caso hysterético.



**Figura 4(d)** Máximos desplazamientos relativos – Caso friccional



**Figura 4(e)** Aceleraciones absolutas máximas – Caso histerético

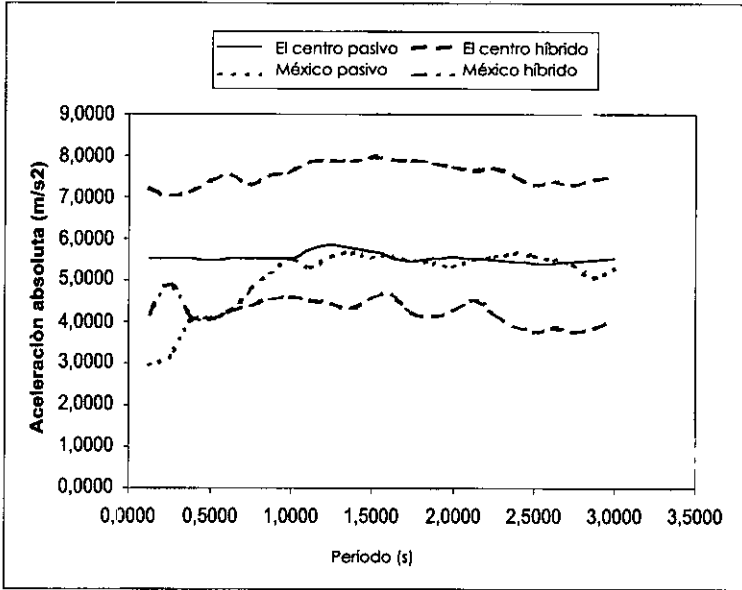


Figura 4(f) Aceleraciones absolutas máximas – Caso friccional

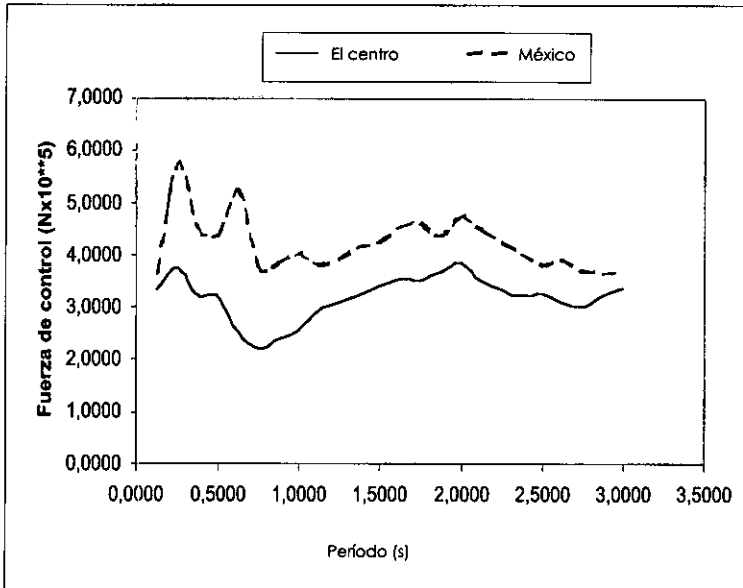
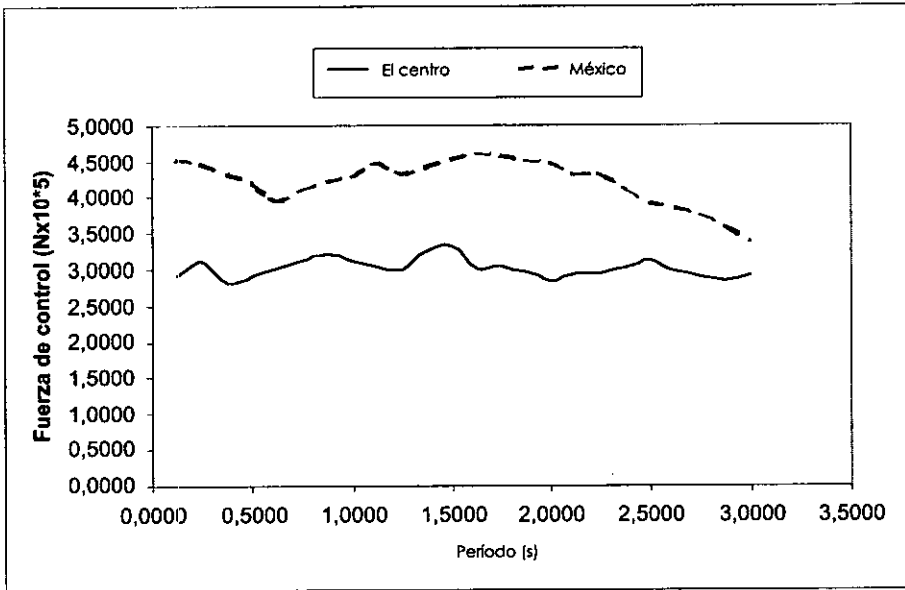


Figura 4(g) Fuerzas de control activo máximas – Caso histerético



**Figura 4(h)** Fuerzas de control activo máximas – Caso friccional

aislamiento producirá valores muy altos del desplazamiento de la base, por lo que las fuerzas de control que se requieren son mucho mayores.

Las comparaciones anteriores se realizaron para casos extremos de contenido frecuencial, ya que el terremoto de El Centro tiene frecuencias altas y el de México presenta bajas frecuencias. Por lo tanto, a continuación se realizan comparaciones del mismo tipo, pero utilizando excitaciones con un contenido frecuencial intermedio.

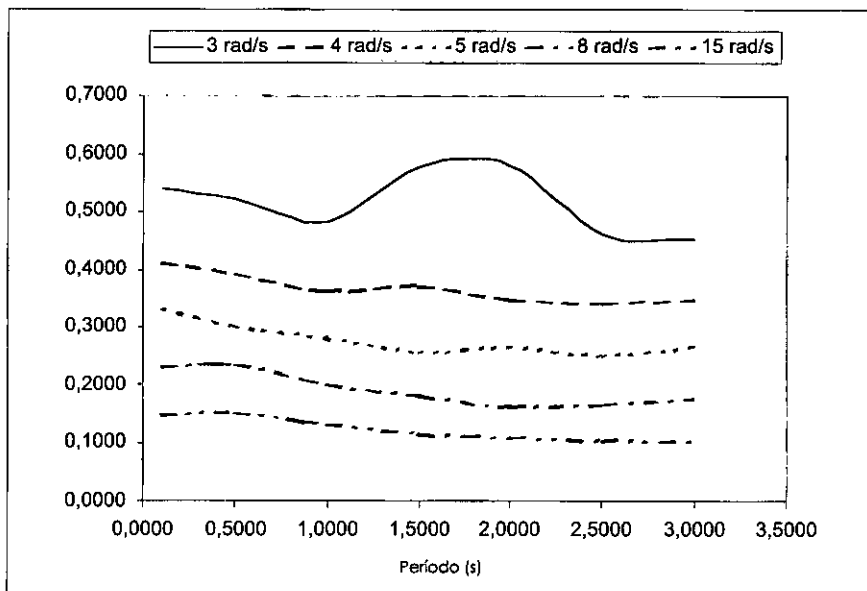
Con este propósito se utilizaron varias excitaciones sinusoidales, con  $3.5 \frac{m}{s^2}$  de amplitud, 10s de duración y frecuencias de  $3 \frac{rad}{s}$ ,  $4 \frac{rad}{s}$ ,  $5 \frac{rad}{s}$ ,  $8 \frac{rad}{s}$  y  $15 \frac{rad}{s}$ .

Se sometió el modelo de un solo grado de libertad anteriormente descrito a estos acelerogramas y se realizó un estudio frecuencial para comparar el efecto de los sistemas pasivo e híbrido en la respuesta del modelo.

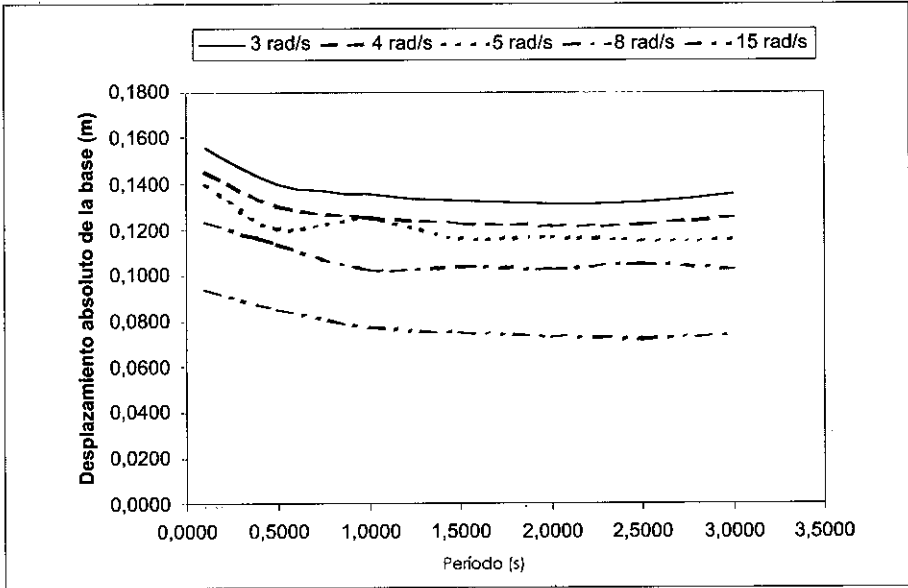


En las figuras 5(a) y 5(b) se muestra el máximo desplazamiento absoluto de la base con aislamiento histerético en función de los períodos naturales de la estructura, para el caso pasivo y el híbrido. Para el sistema friccional se realizó la misma comparación, la cual se muestra en la figura 5(c) para el caso pasivo y en la 5(d) para el caso híbrido. En estas figuras puede observarse la dependencia del comportamiento del caso pasivo del contenido frecuencial de la excitación, ya que al acercarse la frecuencia de la excitación a la del sistema de aislamiento aumenta el valor del desplazamiento absoluto de la base. Mientras tanto, el caso híbrido se comporta adecuadamente en todos los casos analizados. También se realizó una comparación similar a la anterior pero utilizando como parámetro el máximo desplazamiento de la estructura con respecto a la base.

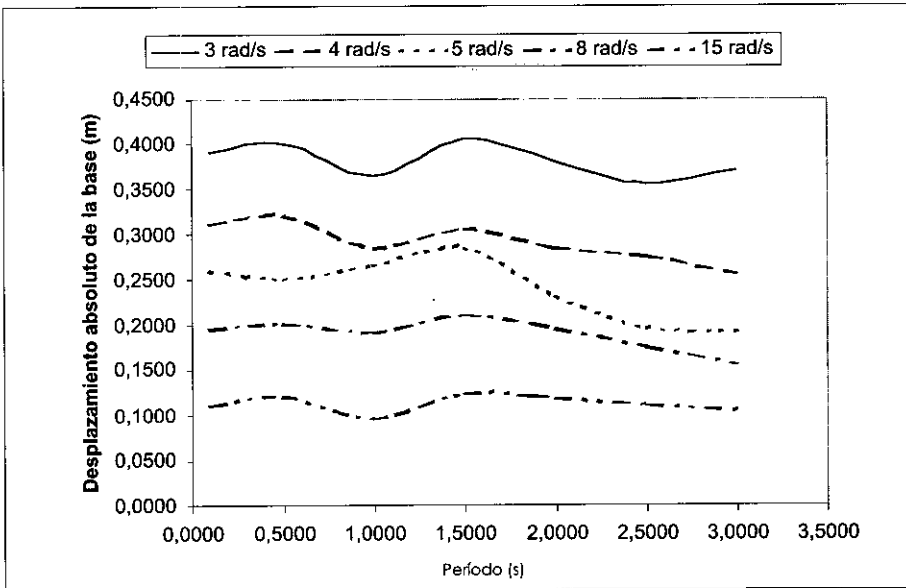
En las figuras 5(e) y 5(f) se muestran resultados para el sistema de aislamiento histerético, mientras las figuras 5(g) y 5(h) corresponden al sistema friccional; asimismo, en las figuras 5(e) y 5(g) se incluyen resultados para el caso pasivo y en las 5(f) y 5(h) para el híbrido. En todas estas figuras se comprueba lo observado anteriormente respecto a que en los casos en los cuales el sistema pasivo se comporta adecuadamente, el sistema híbrido presenta valores ligeramente mayores debido a la aplicación de la fuerza sobre la base. Sin embargo, a partir de cierto período de la estructura, este comportamiento se invierte y el sistema de control híbrido reduce la respuesta. Además en los casos en que el sistema pasivo falla, el híbrido presenta notables mejoras.



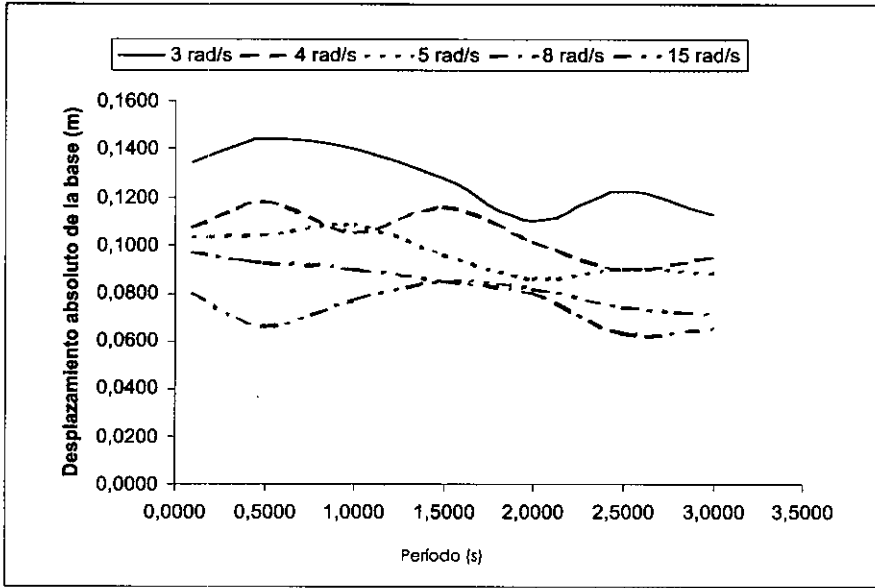
**Figura 5(a)** Máximos desplazamientos absolutos de la base del sistema pasivo histerético



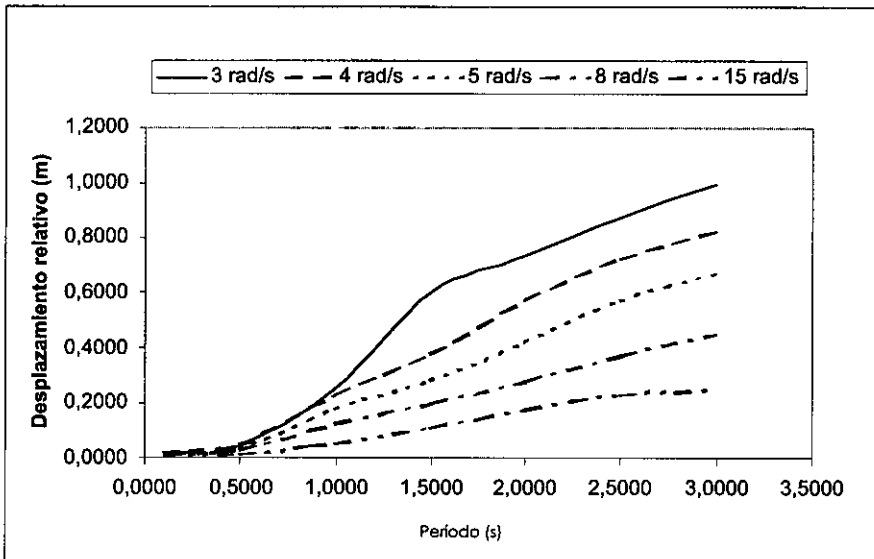
**Figura 5(b)** Máximos desplazamientos absolutos de la base del sistema híbrido histerético



**Figura 5(c)** Máximos desplazamientos absolutos de la base del sistema pasivo friccional



**Figura 5(d)** Máximos desplazamientos absolutos de la base del sistema híbrido friccional



**Figura 5(e)** Máximos desplazamientos relativos de la base del sistema pasivo histerético

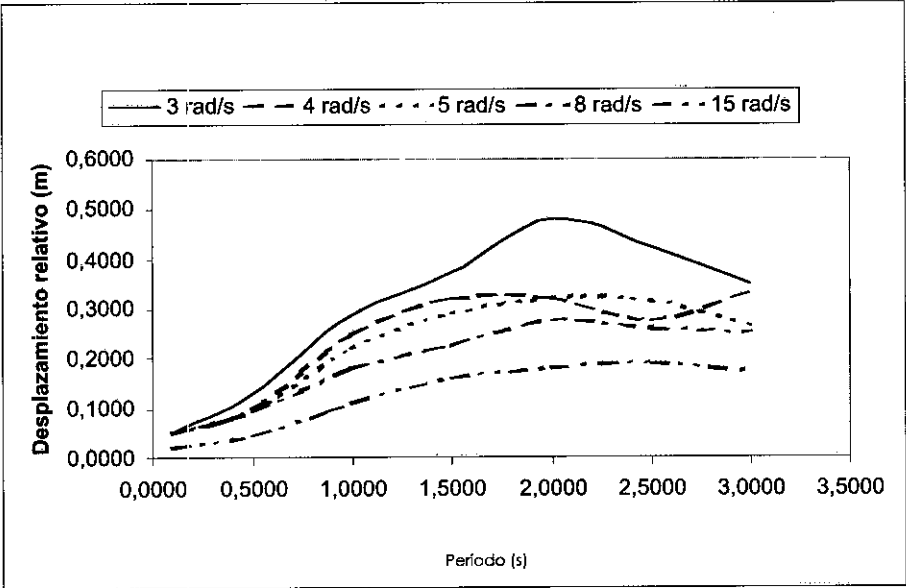


Figura 5(f) Máximos desplazamientos relativos del sistema híbrido histerético

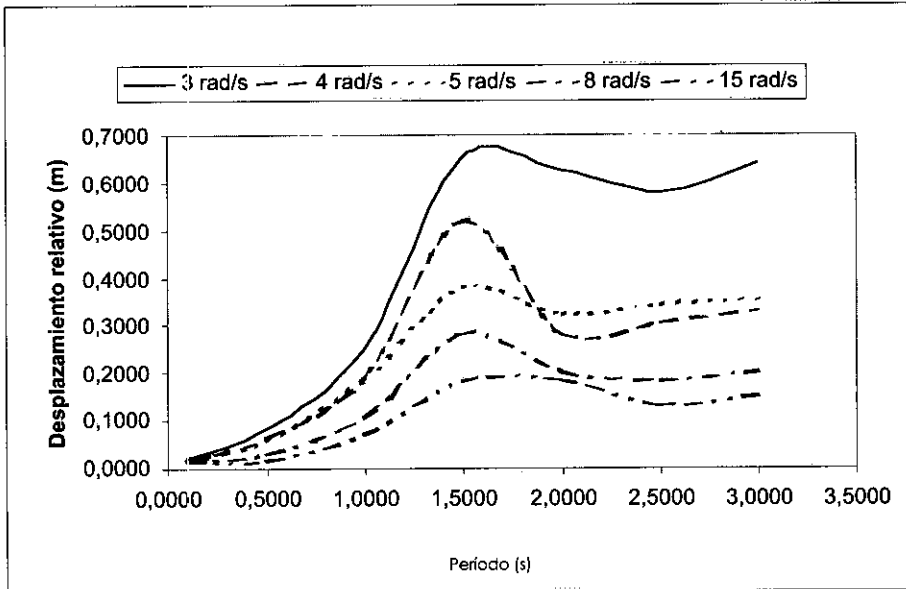
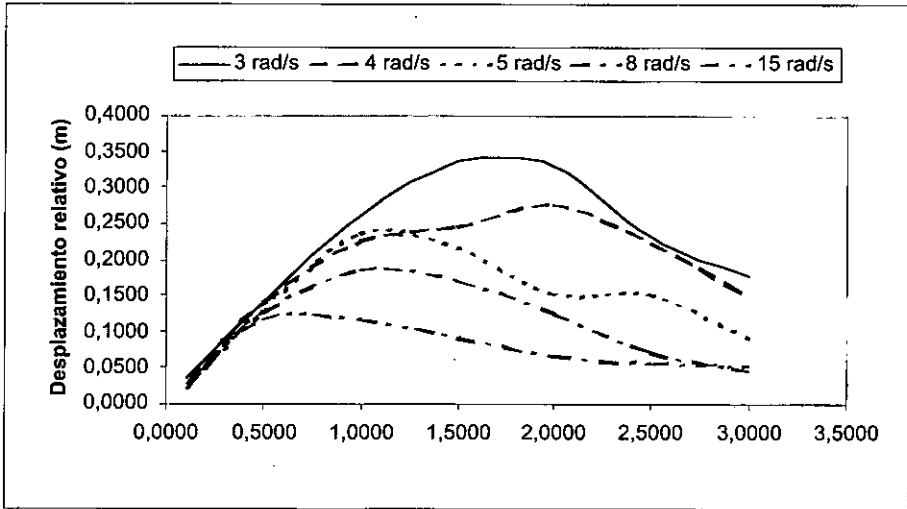


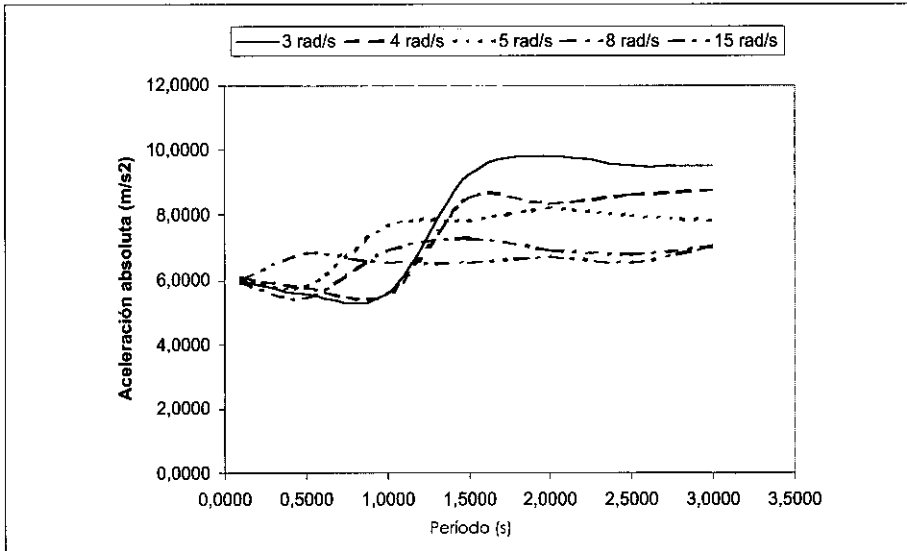
Figura 5(g) Máximos desplazamientos relativos del sistema pasivo friccional



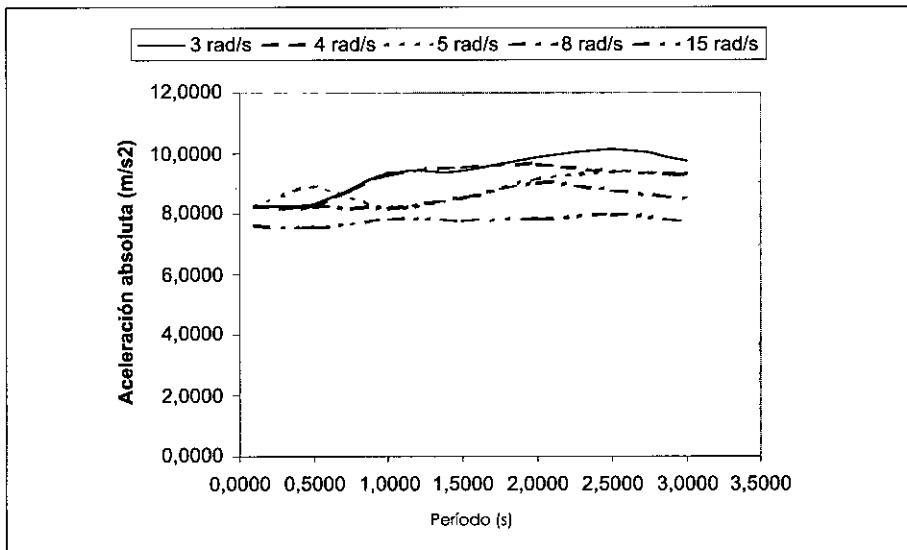
**Figura 5(h)** Máximos desplazamientos relativos del sistema híbrido friccional

En los gráficos de la figura 6 se muestran los máximos valores de la aceleración absoluta de la estructura en función de los períodos naturales de dicha estructura; para el sistema histerético, la 6(a) corresponde al caso pasivo y 6(b) al híbrido. En las figuras 6(c) y 6(d) se ilustra el caso del sistema friccional pasivo e híbrido respectivamente. En estas figuras se comprueba una vez más el empeoramiento de la respuesta del sistema híbrido cuando el pasivo se comporta adecuadamente y la mejora en los casos en que el pasivo falla.

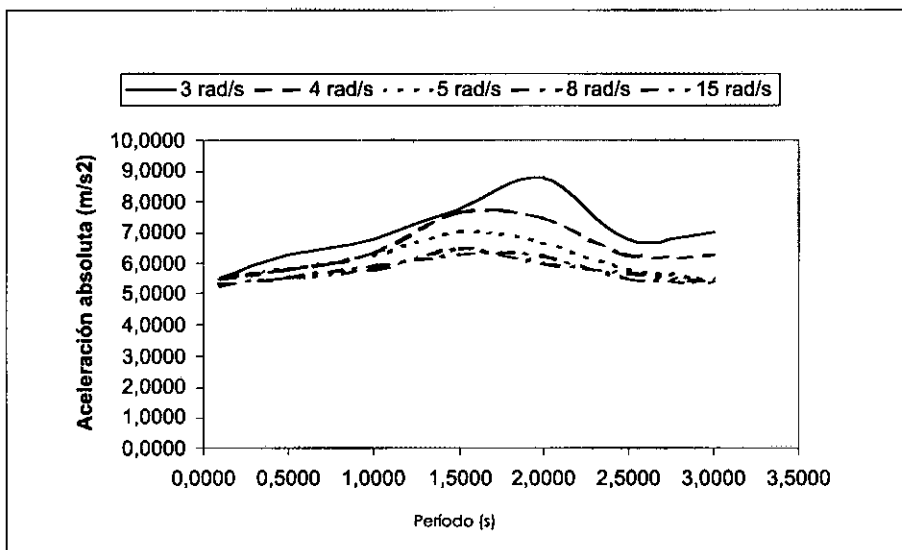
La variación de la máxima fuerza de control activo aplicada sobre la base, en función del período natural de la estructura, se muestra en la figura 7, para los casos histerético y friccional. Puede verse que sus mayores valores se requieren en el caso de excitaciones con bajo contenido frecuencial. Esto se debe a que en estos casos el sistema pasivo se comporta inadecuadamente, por lo cual es necesario aplicar grandes fuerzas sobre la base para controlar la respuesta del sistema.



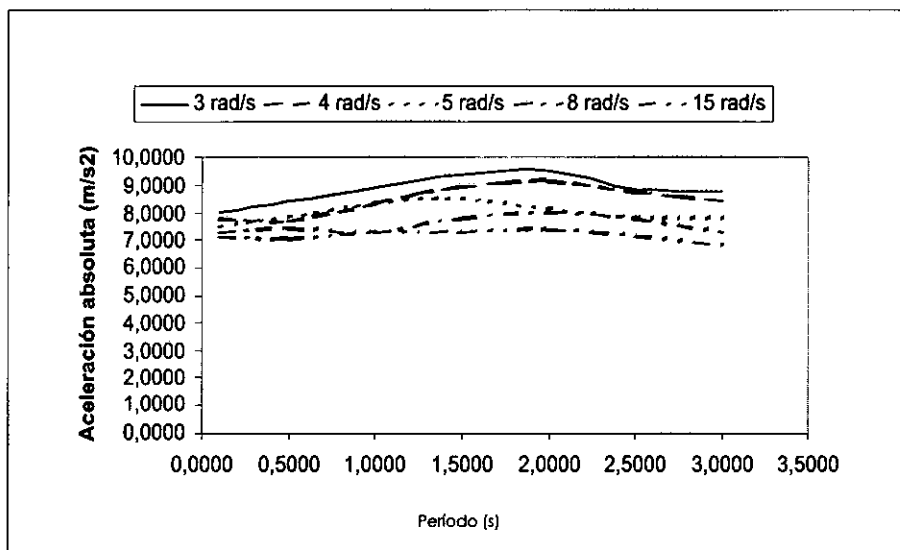
**Figura 6(a)** Aceleraciones absolutas máximas del sistema pasivo hysterético



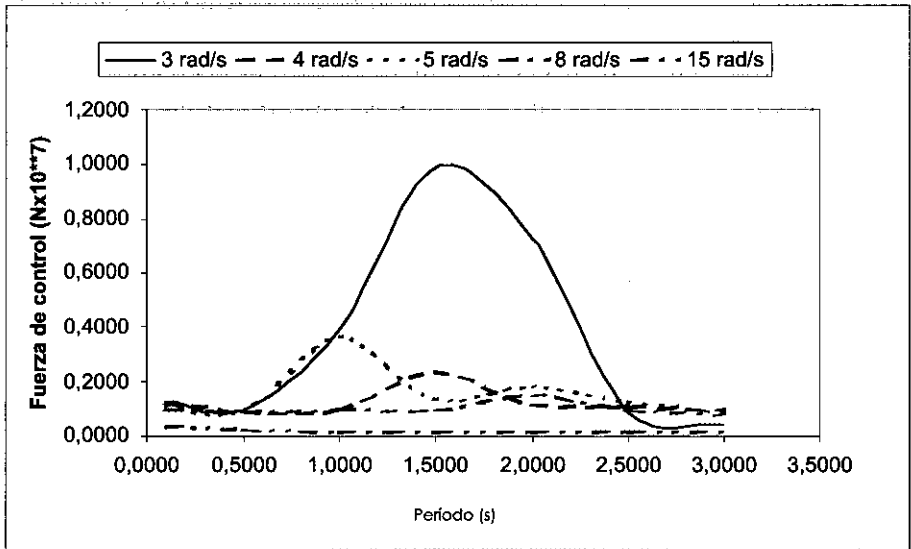
**Figura 6(b)** Aceleraciones absolutas máximas del sistema híbrido hysterético



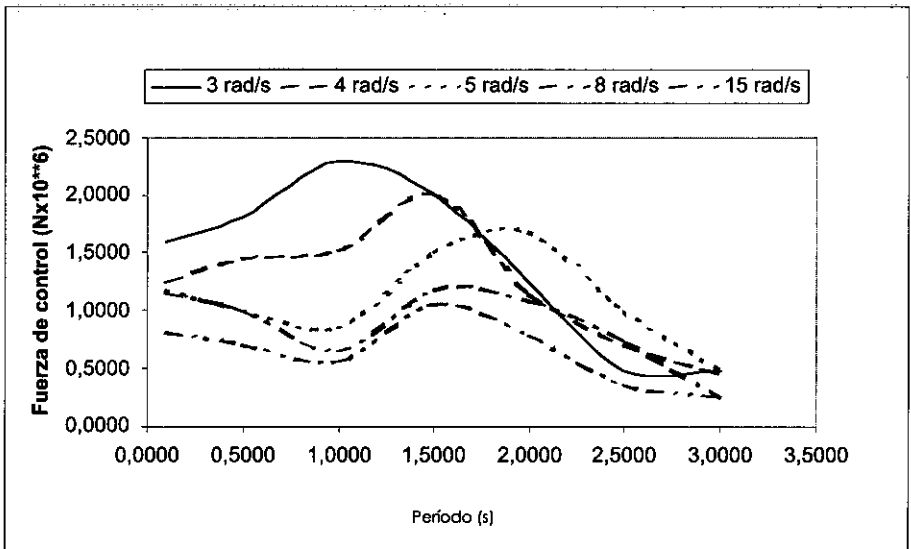
**Figura 6(c)** Aceleraciones absolutas máximas del sistema pasivo friccional



**Figura 6(d)** Aceleraciones absolutas máximas del sistema híbrido friccional



**Figura 7(a)** Fuerzas de control máximas para el caso hysterético



**Figura 7(b)** Fuerzas de control máximas para el caso friccional



## Influencia del parámetro $\lambda$ de la ley de control en la respuesta del sistema

Para evaluar la ley de control propuesta se analiza el efecto del parámetro que, siendo independiente de las características estructurales del sistema, define el círculo centrado en cero, hacia el cual tiende asintóticamente la respuesta controlada de la base del sistema híbrido. Con este fin se utiliza el modelo de un solo grado de libertad con sistema de aislamiento y se varía desde 0.1 hasta 1.5. El análisis se lleva a cabo para cinco acelerogramas con diferente contenido frecuencial, concretamente sinusoides con una amplitud de  $0.1\text{ m/s}^2$  y duración  $10\text{ s}$ , con frecuencias de  $3, 4, 5, 8$  y  $15\text{ rad/s}$ . En la figura 8(a) se muestra el desplazamiento absoluto de la base correspondiente al caso histerético y en la figura 8(b) el correspondiente al caso friccional. Se puede observar que hay un cierto valor límite de  $\lambda$  a partir del cual el sistema híbrido se comporta igual que el pasivo.

En las figuras 8(c) y 8(d) se muestra la variación del desplazamiento relativo en función de  $\lambda$  para el sistema de aislamiento histerético y friccional, respectivamente. Se comprueba que a partir de cierto valor de  $\lambda$  el círculo centrado en cero es tan grande que la respuesta siempre se encuentra dentro de él, por lo que el caso híbrido se comporta igual al pasivo. El valor máximo de la aceleración absoluta, que se muestra en las figuras 8(e) y 8(f) para los casos histerético y friccional, respectivamente, aumenta hasta cierto valor de  $\lambda$  y a partir de ahí se comporta como el caso pasivo. En los gráficos de las figuras 8(g) y 8(h) se ilustra la variación de la fuerza máxima de control que se aplica sobre la base, correspondiendo 8(g) al caso histerético y 8(h) al friccional. Puede verse el efecto de la condición de control, ya que a partir de cierto valor de  $\lambda$  el círculo centrado en cero es tan grande que la respuesta siempre se encuentra dentro de él y no es necesario aplicar ninguna fuerza de control sobre la base por que el sistema se comporta como uno pasivo.

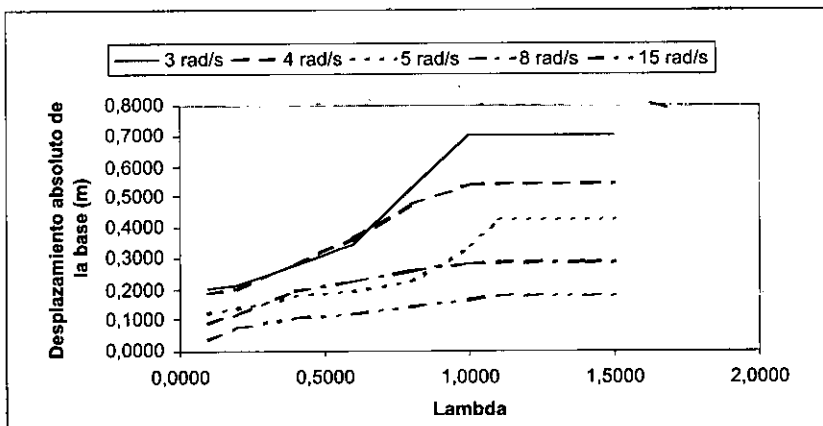


Figura 8(a) Variación del desplazamiento absoluto de la base en función de Lambda – caso histerético

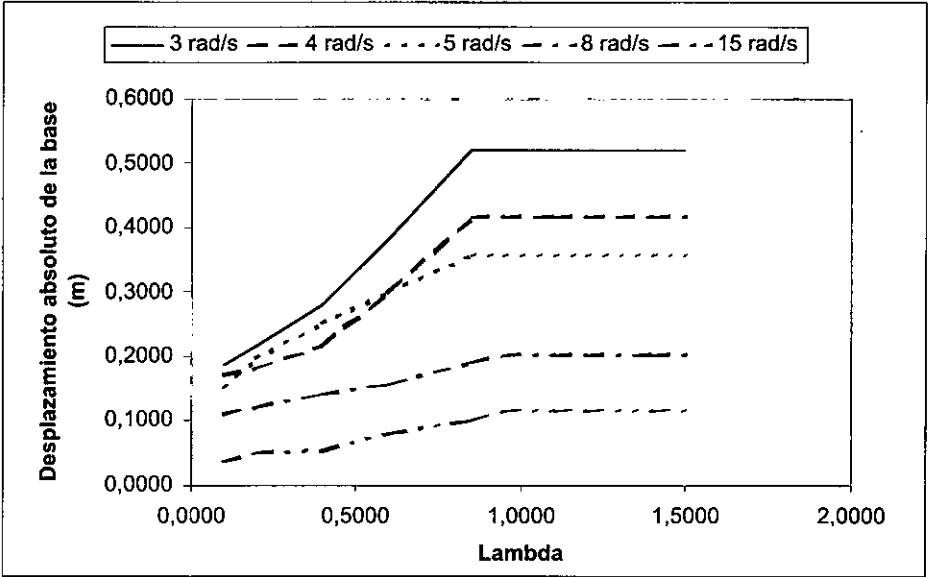


Figura 8(b) Variación del desplazamiento absoluto de la base en función de Lambda – caso friccional

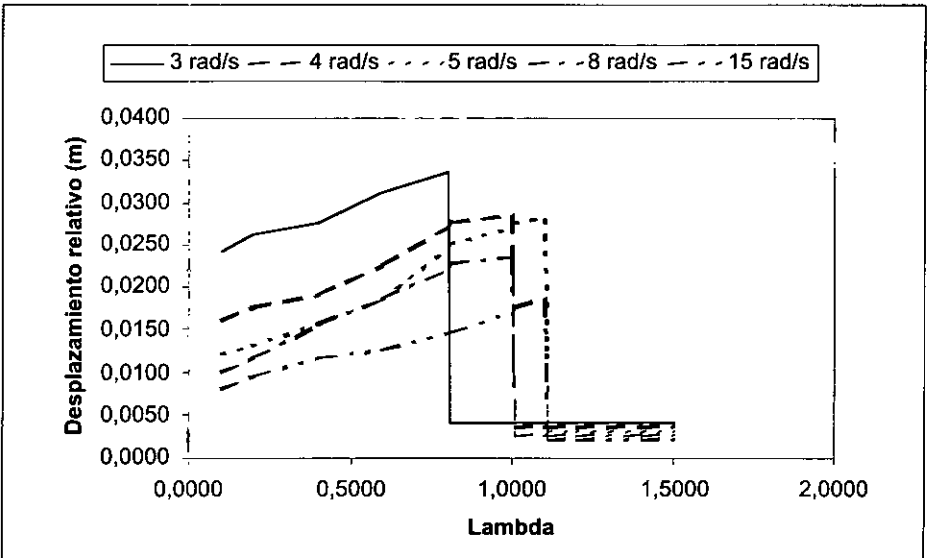


Figura 8(c) Variación del desplazamiento relativo en función

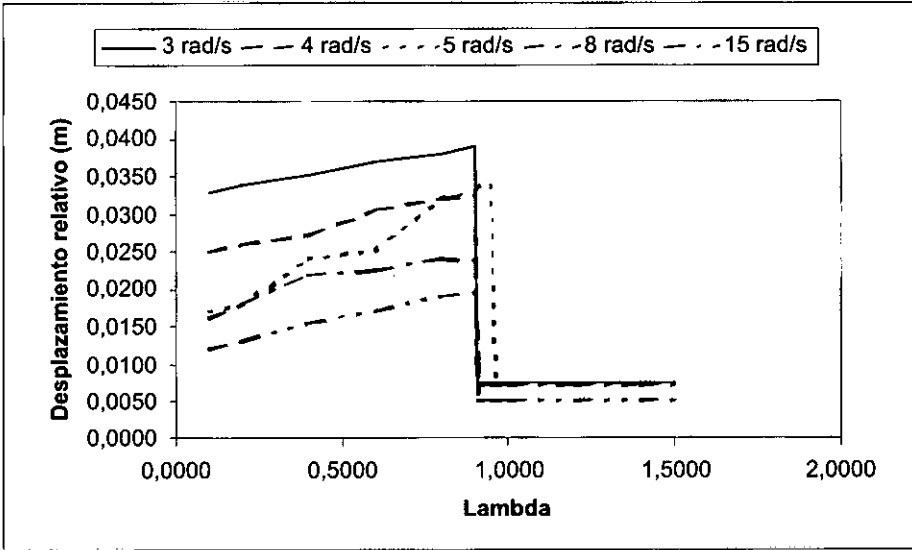


Figura 8(d) Variación del desplazamiento relativo en función de Lambda – caso friccional

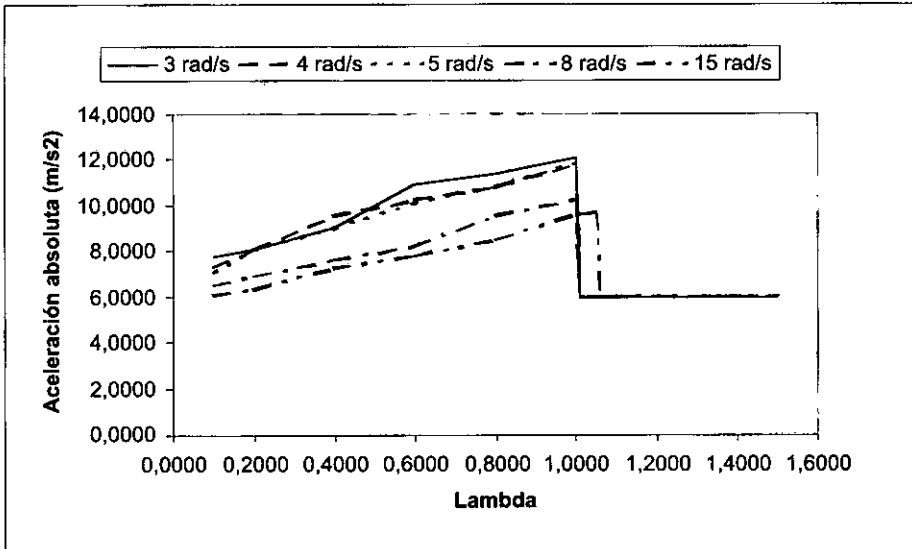


Figura 8(e) Variación del desplazamiento relativo en función de Lambda – caso histerético

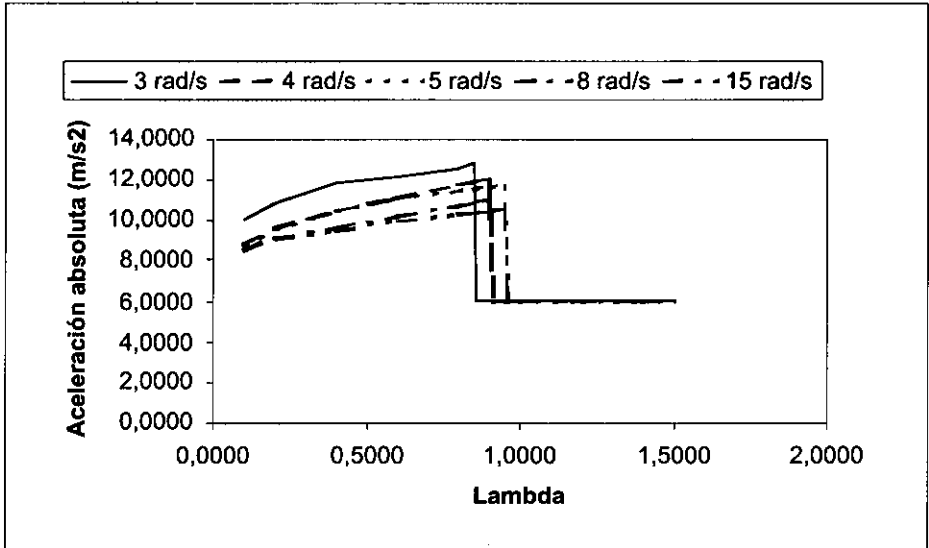


Figura 8(f) Variación del desplazamiento relativo en función de Lambda – caso friccional

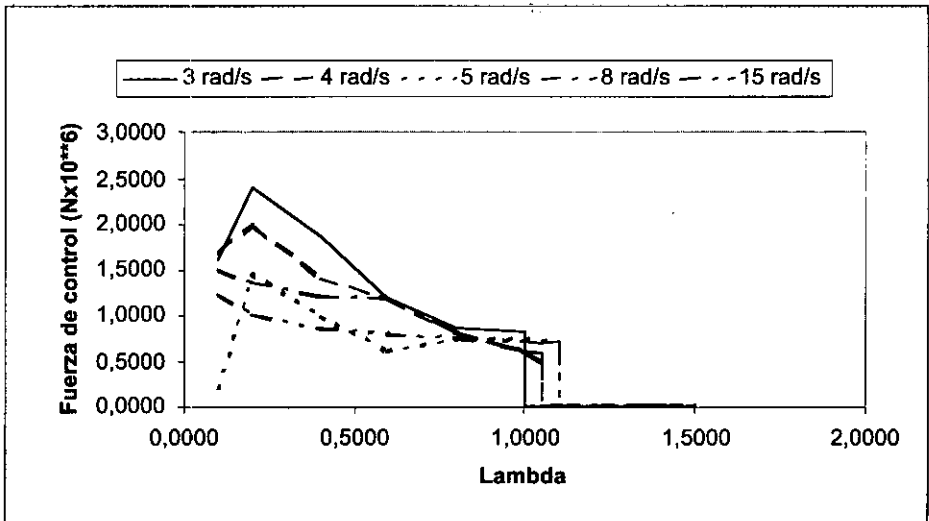


Figura 8(g) Variación de la fuerza de control en función de lambda – caso histerético.

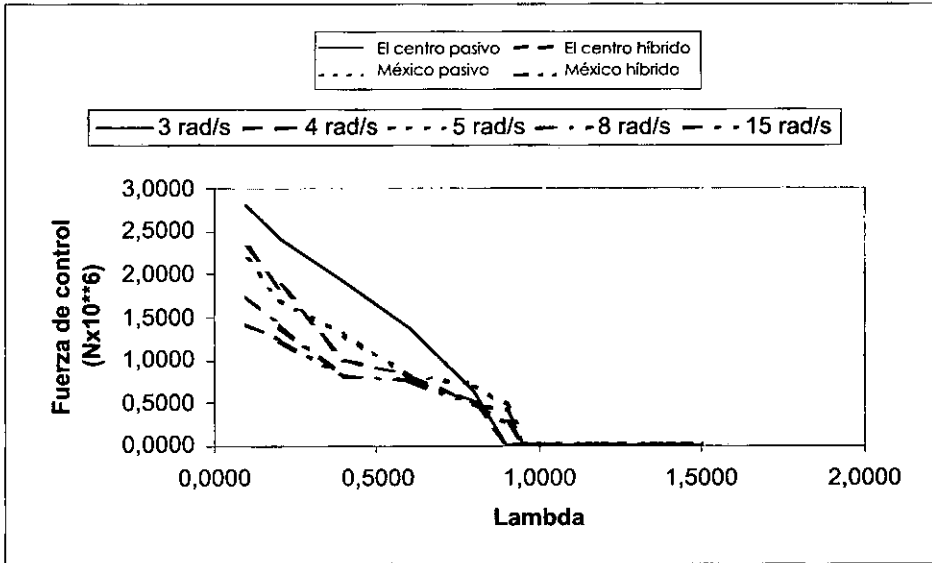


Figura 8(h) Variación de la fuerza de control en función de Lambda – caso friccional

## CONCLUSIONES

En este artículo se ha analizado ampliamente el comportamiento de los sistemas de control de aislamiento de base para edificios, tanto pasivos como activos y se ha estudiado un sistema híbrido de control antisísmico, constituido por un sistema pasivo de aislamiento de base con comportamiento no lineal y por un sistema de control activo que aplica fuerzas sobre la base. La fuerza de control se ha calculado mediante una ley de control adaptativo que no requiere el conocimiento previo de las características estructurales o de la excitación sísmica, lo cual garantiza un comportamiento adecuado, tanto de la estructura como del sistema de aislamiento, en presencia de incertidumbres del modelo dinámico y de la excitación. El estudio numérico llevado a cabo ha permitido comparar los diferentes sistemas de aislamiento base frente a un amplio rango de acciones sísmicas demostrando las limitaciones de los sistemas pasivos y la eficacia del sistema híbrido, especialmente en el caso de excitaciones con frecuencias predominantes en el rango de la respuesta máxima de la estructura con sistema de control pasivo. El parámetro  $\lambda$  define el nivel de control del sistema estructura – aislamiento de base, de tal forma que valores cercanos a cero corresponden a un alto nivel de control de la respuesta del sistema y valores cercanos a uno definen un comportamiento prácticamente pasivo.

APÉNDICE 1: DEDUCCIÓN DE LAS ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

Se considera un pórtico plano que descansa sobre su cimentación mediante aparatos de apoyo [figura 9(a)], cuyo modelo puede verse en la figura 9(b). Su deformada es función de los desplazamientos horizontales de los pisos. En este modelo, las masas  $m_b$  y  $m_1$  corresponden a la base y a la primera planta respectivamente. La rigidez  $k_b$  y el amortiguamiento  $c_b$  caracterizan los aparatos de apoyo. La rigidez  $k_1$  corresponde a las columnas modelizadas en el pórtico de la figura 9(a). El amortiguamiento  $c_1$  caracteriza la disipación de energía en la estructura.

El movimiento sísmico del terreno, caracterizado por su desplazamiento  $d(t)$ , su velocidad  $v(t)$  y su aceleración  $a(t)$ , actúa sobre la cimentación, suponiéndose una propagación unidireccional. Las vibraciones de la cimentación se transmiten a través de los aparatos de apoyo, induciendo traslaciones tanto de la masa  $m_b$  como de la masa  $m_1$ . El corrimiento de la masa  $m_1$  respecto a la base es  $x_1(t)$ , mientras que  $x_b(t)$  es el corrimiento de la masa  $m_b$  respecto a la cimentación [figura 9(b)]. Para este modelo de un grado de libertad se pueden escribir las siguientes ecuaciones del movimiento:

$$m_1[x_1(t) + x_b(t) + a(t)] + k_1x_1(t) + c_1\dot{x}_1(t) = 0 \tag{13}$$

$$m_b[x_b(t) + a(t)] + m_1[x_1(t) + x_b(t) + a(t)] + k_bx_b(t) + c_b\dot{x}_b(t) = 0 \tag{14}$$

Utilizando notación matricial, las ecuaciones (13) y (14) se expresan en forma compacta

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = -MJ\dot{a}(t) \tag{15}$$

donde

$$M = \begin{bmatrix} m_b + m_1 & m_1 \\ m_1 & m_1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_1 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & k_1 \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x_b \\ x_1 \end{bmatrix}$$

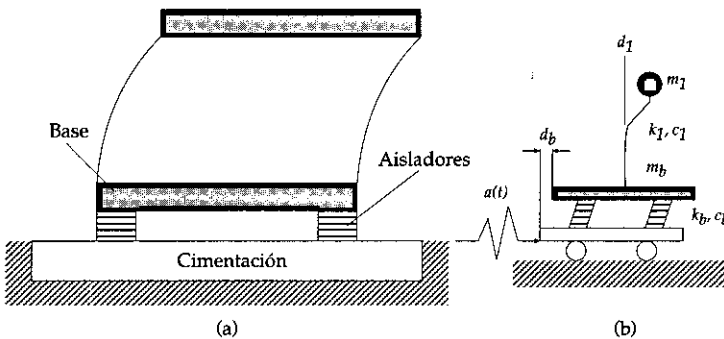
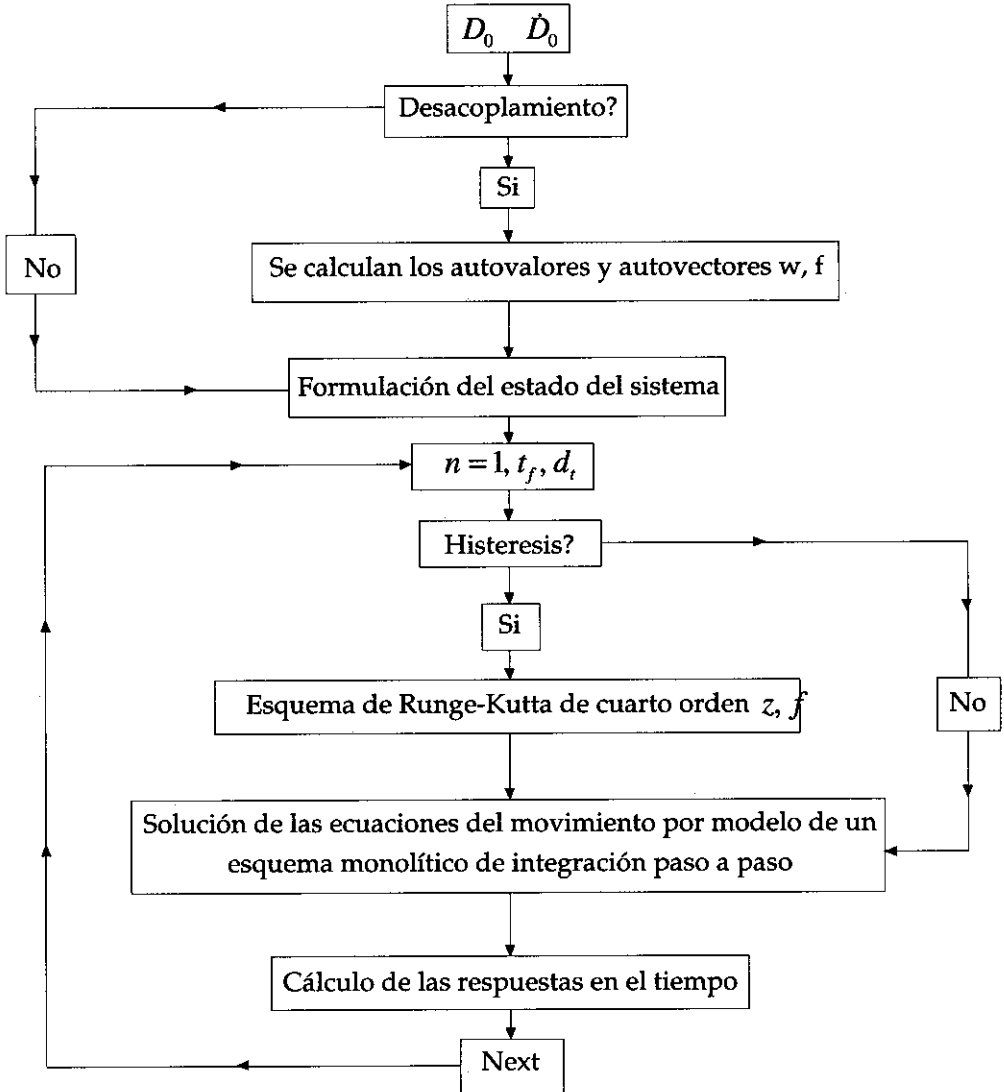


Figura 9 (a) Esquema del sistema considerado; (b) Modelo dinámico.

APÉNDICE 2: DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO EMPLEADO



## Referencias

- [1] KIRIKOV, B. (1992). *History of Earthquake Resistant Construction*. Madrid: Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja.
- [2] SKINNER, R. I., ROBINSON, W. H. & MCVERRY, G. H. (1993). *An Introduction to Seismic Isolation*. Jhon Wiley & Sons.
- [3] MOLINARES, N. & BARBAT, A. H.(1994). *Edificios con aislamiento de base no lineal*, Monografía CIMNE IS-5. Barcelona: Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería.
- [4] SOONG, T. T. (1990). *Active Structural Control*. Inglaterra: Longman Scientific & Technical, Burnt Mill, Harlow.
- [5] YAO, J. T. P.(1972). Concept of Structural Control *Journal of Structural Division*, ASCE Vol. 98, N° 7, 1567-1574.
- [6] RODELLAR, J. & RYAN, E. P. (1993). *Adaptative Control of Uncertain Coupled Mechanical Systems*, 12<sup>th</sup> IFAC World Congress. Sydney – Australia.
- [7] FUJITA, T., FENG, Q., TAKENAKA, E., TAKANO, T. & SUIZU, Y.(1988). *Active Isolation of Sensitive Equipment for Weak Earthquakes*. *Proceedings of Ninth World Conference on Earthquake Engineering, VIII*, 459-464, Japan.
- [8] REINHORN, A. M. (1987). *Hybrid Systems – Combined Passive and Active Control*, *Forum on Structural Applications of Protective Systems for Earthquake Hazard Mitigation*. Buffalo, N.Y. The National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York.
- [9] KELLY, J. M., LEITMANN, G. & SOLDATOS, A. G.(1987). Robust Control of base-isolated structures Under Earthquakes Excitation. *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 53, N°2, 159-180.
- [10] INAUDI, J., LÓPEZ-ALMANSA, F., RODELLAR, J. & KELLY, J. M. (1992). Control Activo de Estructuras con Aislamiento de Base. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. 8, N° 2, 177-190, Barcelona.
- [11] INAUDI, J. & KELLY J. M. (1991). A Simple Active Isolation Scheme. *Eighth VPI & SU Symposium on Dynamics and Large Structures*, Blacksburgh, VA, 219-231.
- [12] RILEY, M. A., REINHORN, A. M. & CONSTANTINOU, M. C. (1991). Active Control of Absolute Motion in Sliding Systems. *Eighth VPI & SU Symposium on Dynamics and Large Structures*, Blacksburgh, VA, 243-255.
- [13] NAGARAJAIAH, A. M., REINHORN, A. M. & CONSTANTINOU, M. C. (1991). 3D-BASIS – Nonlinear Dynamic análisis of Three – Dimensional Base Isolated Structures: Part II, *Technical Report* NCEER, N° 91, 0005 Buffalo, NY: National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York.
- [14] WAY, D. & JENG, V.(1988). NPAD – A Computer Program for the Analysis of Base Isolated Structures. *ASME Pressure Vessels and Piping Conference*, Pennsylvania, PVP, N° 147, 65-94.



- [15] BARTBAT, A. H., RODELLAR, J., RYAN, E. P. & Molinares, N. (1995). Active Control of Nonlinear Base-Isolated Buildings. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE 121-6, 676-684.
- [16] MOLINARES, N. & RODELLAR, J. (1996). Sistemas de aislamiento de base activo para Edificios. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 1, N° 2, 179-200.
- [17] WEN, Y-K. (1976). Method for Random Vibration of Hysteretic Systems. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 102, 249-263.