

ARTÍCULOS DE INVESTIGACIÓN
RESEARCH REPORTS

**Desarrollo de la
competencia resolución
de problemas desde una
didáctica con enfoque
metacognitivo**

*Development of the competition
problem solving from a
metacognitive approach*

Alberto Jesús Iriarte Pupo

zona próxima

**Revista del Instituto
de Estudios en Educación
Universidad del Norte**

n° 15 julio – diciembre, 2011
ISSN 1657-2416
ISSN 2145-9444 (on line)

zona
próxima



Art Nouveau Design / ed., Pepin van Roojen, Joost Hólscher, Amsterdam: Pepin, Agile Rabbit, 2007.

ALBERTO JESÚS IRIARTE PUPO
LICENCIADO EN MATEMÁTICA Y FÍSICA DE LA UNIVERSIDAD DEL
ATLÁNTICO, CANDIDATO A MAGÍSTER DE LA SUE CARIBE, SEDE
UNIVERSIDAD DE SUCRE.
TRANSVERSAL 28 A N° 28 – 172 BARRIO EL SOCORRO, SINCELEJO
SUCRE.
albertoirarte4@yahoo.es

FECHA DE RECEPCIÓN: NOVIEMBRE 28 DEL 2010
FECHA DE ACEPTACIÓN: SEPTIEMBRE 14 DEL 2011

<p>En el presente artículo de investigación, se muestra la influencia de la implementación de estrategias didácticas con enfoque metacognitivo en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de básica primaria. El diseño metodológico utilizado fue cuasi-experimental con cuatro grupos; la intervención se realizó en cuatro fases, poniendo en práctica la instrucción directa, el modelado metacognitivo, la práctica guiada y el aprendizaje cooperativo. Se realizaron comparaciones intragrupos e intergrupos estableciéndose diferencias estadísticas significativas, que corroboraron la efectividad de las estrategias aplicadas.</p> <p>PALABRAS CLAVES: Metacognición, resolución de problemas, cuasi experimento.</p>	<p>RESUMEN</p>	<p>ABSTRACT</p> <p>This research article shows the influence of implementing metacognitive teaching strategies focusing on the development of mathematical problem solving competence in fifth-grade students from elementary school. The methodological design used was quasi-experimental with four groups, the intervention was conducted in four phases, implementing direct instruction, metacognitive modeling, guided practice and cooperative learning. Were performed intragroup and intergroup comparisons statistically significant differences, which confirmed the effectiveness of strategies implemented.</p> <p>KEYWORDS: Metacognition, problem solving, quasi-experiment.</p>
--	----------------	---

INTRODUCCIÓN

En educación se han generado en las últimas décadas investigaciones pertenecientes al campo cognitivo y curricular, interesándose en los aspectos pedagógicos y didácticos, de acuerdo a esto, las estrategias didácticas direccionadas a cumplir el objetivo de que el estudiante sea un sujeto activo en el proceso de aprender han tomado fuerza; es así como las investigaciones en estrategias de aprendizaje constituyen uno de los focos más relevantes en el estudio de los procesos escolares.

Este tipo de estrategias de aprendizaje suponen un cambio de paradigma en la educación, que va desde la enseñanza tradicional donde el maestro es el protagonista del proceso, hasta llegar a que el estudiante sea el centro de este, por medio de estrategias de aprendizaje, donde el aprender a aprender y el aprender a reflexionar sobre su propio aprendizaje permite llegar a obtener aprendizajes altamente significativos.

Específicamente en la educación matemática, donde se abordan diferentes procesos generales, tales como: el razonamiento, la modelación, la comunicación matemática, la formulación y resolución de problemas. Se estudian las estrategias didácticas que promuevan el aprendizaje autónomo, sistemático y reflexivo en lo que respecta a la resolución de problemas matemáticos contextualizados.

La resolución de problemas ha tomado fuerza en el campo investigativo, debido a la importancia que esta tiene en el desarrollo de competencias para la vida, es así como en diferentes documentos tanto internacionales como nacionales, resaltan su valor y la necesidad del desarrollo de esta competencia (Informe Cockcroft, 1982; PISA 2006; Lineamientos Curriculares de Matemática, 1998).

Por tanto, se hace inevitable aclarar qué se entiende por problema. En diferentes concepciones definidas sobre lo que es un problema desde la educación matemática autores como Schoenfeld (1985), Alferi (1993), Pozo et al (1994), entre otros, presentan lo complejo de la conceptualización del término, sugiriendo que un problema es una situación que precisa una solución, pero que no tiene un camino de solución rápido y directo, en este camino se deben tomar decisiones que permitan aproximarse cada vez más a la solución requerida. Para Callejo (1998), en la situación problema se debe buscar, investigar, establecer relaciones e implicar afectos que posibiliten ir planteando estrategias de solución al ente problema. Por tanto, el concepto de problema es relativo al sujeto y al contexto al que se plantea.

Por ende, el planteamiento y resolución de problemas ha sido fuente de estudio por varios investigadores, desde diferentes miradas y perspectivas, donde se destacan las investigaciones realizadas desde la psicología y la pedagogía. La resolución de problema se concibe como aquella que genera un proceso mental, en el cual quien aprende combina variedad de elementos, conocimientos, destrezas, habilidades, capacidades, reglas y conceptos adquiridos de manera previa que admiten dar solución a una situación nueva. Sin embargo, Delgado (1998), afirma que el resolver problemas es una habilidad matemática que permite encontrar un método o vía de solución que conduzca a la solución del problema. Otras concepciones, describen la resolución de problema como capacidad que se desarrolla a partir de diferentes estrategias a través del proceso enseñanza aprendizaje.

El proceso de resolución de problema, según plantea Callejo, es guiado por una reflexión y valoración continua (procesos que hacen parte del conocimiento metacognitivo) que van dando cuerpo a la toma de decisiones de manera estratégica. A su vez, existen características esenciales

de la resolución de problemas, que brindan elementos para distinguirlos de los ejercicios de rutina que se utilizan en las diferentes clases de matemática, tales como: El estudiante debe familiarizarse con la situación hasta que elabore una o varias estrategias que le conduzca a la solución; en la resolución de un problema es difícil estimar el tiempo requerido, depende del resolutor, quien desde sus competencias puede durar un momento, días, semanas o meses en resolver dicho problema; la resolución de problemas sugiere una carga afectiva importante (Polya 1989 y Callejo 1998).

Por ello, es trascendental para este estudio, comprender las bases del término competencia, concepto que según Posada (2008) es diverso y pluridimensional, en el que se interrelacionan creencias, valores, actitudes, aptitudes, conocimientos, potencialidades, habilidades, entre otras, que permiten al ser humano aprender y desempeñarse en diferentes escenarios y contextos. Para Vasco et al. (2006), las competencias implican conocimientos de tipo cognitivo, praxiológico y actitudinal; el primero, caracterizado por un conocimiento teórico, tiene un carácter declarativo asociado con el saber qué y el saber por qué; el segundo, se encuentra más cercano a la acción, se relaciona con las técnicas y estrategias que permiten representar los conceptos y transformarlos, está asociado con el saber cómo, ayuda al refinamiento y construcción del conocimiento conceptual permitiendo su uso eficaz; el tercero, se articula con el ser, con las actitudes mismas del sujeto frente al aprendizaje, aquí se relacionan las motivaciones, los valores, lo correspondiente a lo afectivo del proceso, se asocia con el querer hacer.

Ahora bien, con respecto a la competencia matemática, Vasco et al. (2006) los relaciona con la resolución de problemas, desde el desarrollo de diferentes conocimientos declarativos, procedimentales y actitudinales, que se interaccio-

nan para desempeñarse en este campo. Cabe resaltar, el carácter utilitario de la matemática en nuestra sociedad. Por ende, ser matemáticamente competente resulta imperioso para nuestro desenvolvimiento en la vida misma. Así también, Vasco et al. (2006) resaltan que en esta sociedad globalizada, la llamada aldea global, se requiere cada vez más de herramientas proporcionadas por las matemáticas.

Por otra parte, en este recorrido investigativo respecto a la resolución de problemas, se plantean diferentes modelos de resolución, iniciando con el de Polya (1945), quien es considerado el precursor de este tipo de indagaciones en el campo matemático. Polya establece cuatro pasos para resolver un problema matemático, comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y la visión retrospectiva, los cuales son base para el planteamiento de modelos más recientes, tales como los planteados por Schoenfeld (1985), Mason et al (1989), de Guzmán (1991), Pifarré et al (1998) y Mayer (2002), quienes profundizan o aportan nuevos elementos a lo planteado por Polya. Entre estos elementos, cobran relevancia los procesos metacognitivos que se relacionan de manera explícita o implícita en la resolución de problemas matemáticos.

Es primordial para los docentes de matemática, tener en cuenta la variedad de modelos que se presentan, para no circunscribir a los estudiantes a un solo método heurístico, a su vez, que estos modelos permitan la reflexión sobre los procesos cognitivos y metacognitivos que hacen parte de la resolución del ente problema, en busca de mejorar los procesos de aprendizaje de los discentes, y también generando reflexión de su propia práctica pedagógica.

Es de anotar, que el modelo propuesto por Schoenfeld (1985), retoma ideas de Polya y se sustenta en la teoría del procesamiento de la información, se resaltan cuatro dimensiones que

se dan en el proceso de resolución de problemas, estas son: el dominio de los recursos, las estrategias cognitivas, las estrategias metacognitivas y el sistema de creencias. Distinguiéndose también cuatro fases implicadas dentro del proceso, análisis, exploración, ejecución y comprobación. Aquí las estrategias metacognitivas hacen parte del proceso, caracterizadas por la toma de conciencia cognitiva de las diferentes estrategias necesarias utilizadas al resolver un problema.

Ahora bien, desde el trabajo cognitivo en la resolución de problemas, Pifarré et al (1998), proponen cinco estrategias generales que se utilizan para llevar a cabo dicha tarea; primero se debe entender y analizar el problema; segundo, planificar un plan de resolución; tercero, organizar los datos elaborando un diagrama; cuarto, resolver el problema y quinto, evaluar el proceso y el resultado obtenido. Se aclara que esta propuesta no es lineal, sino de tipo estratégico, es decir, se busca brindarles a los estudiantes la comprensión de los procesos cognitivos generales que se dan al resolver un problema. Para los autores, cada proceso cognitivo se articula con una serie de preguntas que direccionan a los discentes en el trabajo reflexivo de las estrategias utilizadas, promoviendo entonces estrategias de tipo metacognitivo.

Para Flavell (1976), la metacognición hace referencia al conocimiento que uno tiene sobre sus propios procesos y productos cognitivos, a su vez, asocia el concepto con dos componentes: el conocimiento sobre los procesos y la regulación de los procesos cognitivos. En este trabajo, se aborda lo referido al segundo componente, que se direcciona desde lo procedimental el saber cómo, relacionando con la planificación, el control y evaluación de estos procesos. Soto (2002) destaca que el desarrollo de estos aspectos procedimentales depende del tipo de tarea por realizar, por ende, no existe restricción en su manejo: niños de diferentes edades, e incluso

adultos, presentan habilidades para regular sus formas de aprender. Se trata entonces, de un proceso en el que los estudiantes van modelando de manera activa las acciones de planificación, control y evaluación, a partir de los aspectos dados en la interacción social. En este caso, especialmente en la resolución de problemas matemáticos contextualizados.

Con este propósito las estrategias didácticas con enfoque metacognitivo resultan ser una alternativa útil e innovadora, las cuales ayudarán a los estudiantes a planificar, regular y evaluar sus aprendizajes, concretamente en el área de matemáticas y en la competencia resolución de problemas.

En esta investigación, se estableció como objetivo general determinar la influencia de las estrategias didácticas con enfoque metacognitivo en el desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de básica primaria de la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo. A su vez, los objetivos específicos planteados, en pro de alcanzar el anterior, son los siguientes:

- Establecer un marco referencial pertinente a la constitución de propuestas tendientes al desarrollo de estrategias didácticas con enfoque metacognitivo.
- Diseñar un programa de intervención teniendo en cuenta estrategias didácticas con enfoque metacognitivo, en concordancia con las teorías seleccionadas.
- Evaluar la efectividad de la enseñanza empleando estrategias didácticas con enfoque metacognitivo como método innovador, en estudiantes de 5° de la institución Educativa Normal Superior de Sincelejo.
- Comparar los procesos y resultados de aprendizaje de estudiantes de diferentes grupos,

sujetos unos al enfoque didáctico tradicional y otros a estrategias didácticas con enfoque metacognitivo.

- Establecer la existencia de diferencias estadísticamente significativas en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos de estudiantes de 5º, entre los métodos tradicionales de enseñanza y las estrategias didácticas con enfoque metacognitivo.

METODOLOGÍA

Analizando las características de la investigación y teniendo en cuenta que la asignación de alumnos a los grupos no fue efectuada en forma aleatoria (el grupo ya está formado), se ha optado entonces por un diseño cuasi-experimental, este tipo de diseño posee características generales similares a las de los diseños experimentales, con una diferencia clave: el investigador no puede efectuar al azar la asignación de los sujetos a los grupos (esto es, los sujetos o grupos no están asignados aleatoriamente), las características del diseño se presenta en el cuadro N° 1.

Según Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P (2000) en los diseños cuasi - experimentales los sujetos no son asignados al azar ni emparejados, sino que dichos grupos ya están formados

antes de realizar la experimentación, son grupos intactos.

Por tanto, se tomaron dos grupos experimentales, a ambos se les intervino con la estrategia didáctica con enfoque metacognitivo, a uno de ellos se le aplicó pretest y postest, al otro sólo el postest. Se tomaron a su vez dos grupos de control, los cuales no fueron intervenidos con la estrategia, sin embargo, a uno de ellos se le aplicó el pretest y postest, al otro solo el postest. Los grupos experimentales y de control se escogieron de manera aleatoria.

Según García et al. (1999), este tipo de diseño de cuatro grupos permite establecer relaciones sobre la sensibilidad que pueda establecerse por causa de la aplicación de una prueba preliminar a los grupos, como dos de los grupos no pasan por el pretest, estos permiten la contrastación del posible efecto de sensibilización de dicha prueba, ganando así validez externa.

El diseño de cuatro grupos de Solomón, es un diseño que combina por una parte el diseño con post prueba únicamente y grupo control más el diseño de preprueba con grupo control, originando cuatro grupos: dos experimentales y dos control. La ventaja de este diseño es que es posible verificar los posibles efectos de la preprueba sobre la post-prueba. (Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, 2000)

Cuadro 2
Datos demográficos de los grupos

Grupo	Nº	Sexo	Edad promedio
Experimental A	34	M: 13 F: 21	10.33 Años
Control B	35	M: 13 F: 22	10.13 Años
Experimental C	32	M: 14 F: 18	10.50 Años
Control D	34	M: 14 F: 20	10.50 Años
Total	135	M: 55 F: 80	10.36 Años

Fuente: Secretaria Académica IENSS

POBLACIÓN Y MUESTRA

La población objeto de estudio es el grado quinto de la IENSS, que tiene seis (6) grupos en la jornada matinal y cuatro (4) grupos en la jornada vespertina, para un total de 338 Estudiantes. Para la elección de los grupos experimentales y control, fueron escogidos de manera aleatoria los siguientes: grupo 5°B, jornada matinal (Control), el grupo 5°F jornada matinal (control), el grupo 5°C jornada vespertina (Experimental) y el grupo 5°A jornada vespertina (Experimental).

Los grupos quedaron conformados de la siguiente manera:

- **Grupo Experimental A:** Estudiantes del grado quinto grupo C de la jornada vespertina, a este grupo se le realizó: la pre prueba, el programa de intervención y la post prueba.
- **Grupo Control B:** Estudiantes del grado quinto F jornada Matinal, continuaron con sus clases normales, recibiendo la instrucción que habitualmente se llevaba en matemáticas. Se le aplicó la pre prueba y la post prueba.
- **Grupo Experimental C:** Estudiantes del grado quinto A de la jornada vespertina, a este grupo se le realizó el programa de intervención, aplicándose solamente la post prueba.
- **Grupo control D:** Estudiantes del grado quinto B de la jornada matinal, este grupo continuó con sus clases normales, recibiendo la instrucción que habitualmente se llevaba en matemáticas y solo se le aplicó la post prueba.

El cuadro N° 2 presenta los datos demográficos de los grupos

SISTEMA DE VARIABLES

Atendiendo a lo previsto en el objetivo general de esta investigación se identifican las siguientes variables:

La variable independiente que se ha denominado para este estudio intervención con estrategias didácticas con enfoque metacognitivo, enfatizando en la autoconciencia del conocimiento cognitivo, el uso de estrategias o procesos cognitivos durante la solución de problemas matemáticos contextualizados y el control de estrategias para la regulación y el monitoreo sobre los procesos que van presentando, estando a menudo asociadas con la conciencia, la evaluación y la regulación de estos (Tárraga, 2008).

Se utiliza entonces diferentes estrategias didácticas que aporten al monitoreo constante de los procesos que se realizan al solucionar los problemas contextualizados; en la planeación de clases donde se articulan diferentes elementos que intervienen en el proceso de enseñanza – aprendizaje, es decir, en este plan se muestra el camino a seguir con el fin de desarrollar en los estudiantes diferentes competencias, que se develan en el momento que los y las discentes movilizan sus saberes cuando solucionan problemas que el contexto les presenta, sea disciplinar o de la vida cotidiana.

Los elementos conectados en la articulación, van desde los estándares de competencias brindados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en Colombia con los contenidos y las competencias matemáticas a desarrollar, así como con los procesos, los indicadores de desempeño, a su vez con las técnicas, las actividades y los recursos. Todo evidenciado con un proceso de evaluación de la o las competencias que han ido desarrollando los estudiantes.

El programa de intervención tuvo una duración de 30 sesiones de 50 minutos cada una (3 sesiones semanales durante 10 semanas), realizadas en los dos grupos intervenidos de quinto grado de básica primaria de la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo. Se espera que con la intervención se potencie el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos contextualizados en los estudiantes. Por otra parte, se define la variable dependiente Competencia Resolución de Problemas tal como el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) la define como: Capacidad para formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de la matemática, traducir la realidad a una estructura matemática, desarrollar y aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas, justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida. Verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema (ICFES, 2007).

Esta competencia tiene relación estrecha con los diferentes pensamientos en que se ha dividido el pensamiento matemático, ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998): el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional (Vasco, 2006).

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

El test aplicado a los estudiantes contempla 10 situaciones problemas, tomadas de los cuestionarios utilizados por el ICFES (Instituto Colombiano

no Para el Fomento de la Educación Superior) en las pruebas aplicadas en los años 2002 y 2005 de la prueba Saber, que se realizó a estudiantes de quinto grado de básica primaria en Colombia. En un inicio el test de conocimientos matemáticos estuvo conformado por 17 problemas, este test fue revisado por los siguientes expertos: dos licenciados en matemática, un magíster en lingüística y un especialista en estadística. Con el fin de valorar la consistencia del test y de esta manera realizarle los respectivos ajustes.

Luego del primer pilotaje del test, se estableció que la prueba era demasiado larga para los niños de quinto grado, llegando a tal punto que los últimos 4 problemas los contestaron sin siquiera leer el enunciado de estos.

Cuando se realizó el análisis estadístico utilizando el alfa de Crombach resultó que la prueba tenía poca confiabilidad, el alfa igual a 0.5133 mostraba que se debían realizar ciertos ajustes al test. Este primer pilotaje realizado, permitió reestructurar la prueba en la cantidad de problemas a evaluar, y a su vez ajustarla en algunos ítems. El segundo pilotaje aplicado a 14 estudiantes de la Institución Educativa Antonio Lenis del municipio de Sincelejo (Sucre), dio mejores resultados mostrándose entendible para los niños y con el número de ítems adecuado para su valoración. El alfa de Cronbach para este test proporcionó como resultado 0.7344, evidenciándose mayor confiabilidad que el anterior.

La evaluación se llevó a cabo en dos momentos diferentes:

- **Pretest:** antes de la aplicación del programa.
- **Posttest:** inmediatamente tras finalizar el programa.

Para evitar el sesgo derivado del aprendizaje que se produce al realizar una prueba en repetidas ocasiones, se realizó un cambio en la post-prueba

en el orden de las preguntas iniciales y en algunas preguntas del mismo componente, del mismo nivel de resolución de problema y con manejo matemático idéntico.

EQUIVALENCIA INICIAL ENTRE LOS GRUPOS

Para comprobar que los grupos eran inicialmente equiparables en una serie de variables de control se ha puesto a prueba la igualdad por medio de pruebas no paramétricas, estas no se basan en la suposición de normalidad de la distribución de probabilidad a partir de las que fueron obtenidos los datos.

Teniendo en cuenta que en ciertas situaciones como la de esta investigación, resulta arriesgado suponer la normalidad de los grupos, entre algunas de las pruebas no paramétricas utilizadas para la comparación de variables fueron la de Kruskal-Wallis, la cual representa la alternativa de la ANOVA de un factor completamente aleatorizado y la U de Mann-Whitney.

Para comprobar los supuestos necesarios para la realización de las técnicas de comparación entre-grupos e intra-grupos, se comprueban una serie de requisitos previos al demostrar que los grupos son equivalentes en edad, se realizó la prueba de Kruskal-Wallis en la que se corroboró que la edad en los cuatro grupos no presenta diferencias estadísticamente significativas

$$(\chi^2= 1.864, p= 0.601).$$

Se controla el efecto o la relación entre las siguientes variables:

Condiciones ambientales: las condiciones de aula de los grupos que hacen parte de la investigación se mantienen constantes, teniendo en cuenta que el estudio es realizado en la misma institución, estas características permanecen invariables para todos los grupos que hacen parte de ellas. Las aulas están adecuadas con sillas, abanicos, tableros acrílicos, etc. requerimientos mínimos logísticos para todos los grupos que intervienen en la investigación.

Sexo: no presenta diferencias estadísticamente significativas en los diferentes grupos que intervienen en la investigación.

$$(\chi^2= 1.864, p= 0.601).$$

Edad: la edad de los grupos no presenta diferencias estadísticamente significativas.

$$(\chi^2= 0.775, p= 0.856).$$

El instrumento aplicado para la evaluación del proceso de resolución de problemas matemáticos es el mismo para todos los grupos y se aplica en los tiempos correspondientes.

El docente que dirige el programa de intervención en los grupos experimentales es el mismo, a su vez que el docente de los grupos controles no cambió tampoco.

Cuadro 1

Diseño metodológico (Cuasi experimental)

GRUPO	PRETEST	TRATAMIENTO	POSTTEST
A (EXPERIMENTAL)	O	X	O
B (CONTROL)	O		O
C (EXPERIMENTAL)		X	O
D (CONTROL)			O

El nivel de escolaridad de los grupos es el mismo. A su vez, pertenecen a la misma institución educativa, donde las docentes manejan criterios comunes para elaborar su planeación y ejecutarla. Los contenidos abordados antes de iniciar la intervención eran los mismos para todos los grupos, permitiendo de esta manera representar la equivalencia en conocimientos; se aclara que los salones de la básica primaria son los mismos para ambas jornadas (permitiendo así la equivalencia en cuanto al espacio físico y medios logísticos).

Además, según el reporte de notas de los primeros dos períodos escolares (primer período de febrero a mediados de abril y segundo período mediados de abril hasta mediados de junio), los estudiantes presentan dificultades marcadas en la competencia resolución de problemas matemáticos, esto se refleja en las valoraciones dadas por las docentes en dichos períodos.

También el resultado del pretest, prueba en los dos primeros grupos la equivalencia inicial, con respecto a la resolución de problemas matemáticos. Se realizó la prueba de Mann-Whitney, en la que se corroboró que la puntuación obtenida en el pretest no existen diferencias estadísticamente significativas ($Z= 0.772$, $p= 0.440$).

PROGRAMA DE INTERVENCIÓN

El programa se realiza en las siguientes fases: En una fase preliminar se realiza la preparación de los docentes, lo cual es fundamental para la aplicación de la intervención. Para la formación del profesorado, se tuvieron en cuenta procedimientos y recursos en los cuales se promueva el aprendizaje significativo y el uso de estrategias metacognitivas que apunten al control y autorregulación de los procesos cognitivos que se utilizan para resolver problemas. Esta formación se desarrolló en el marco de 6 encuentros de formación continua, para los docentes que están

a cargo de los grupos experimentales (2 docentes), cada encuentro tuvo una duración de dos horas y media. El responsable de impartir dicho curso fue el autor de la investigación.

En primer lugar, se realizó una prueba diagnóstica, con el fin de identificar falencias de tipo disciplinar en el contexto de la matemática escolar en el grado en que se están desempeñando los docentes, se encontraron deficiencias en los componentes aleatorio y geométrico-métrico. En este primer encuentro se explican los objetivos del programa interventivo con respecto al desarrollo de la competencia resolución de problemas y a la inserción de la dimensión metacognitiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje, a su vez se relaciona la planeación con respecto a la intervención.

En los siguientes encuentros (segundo, tercer y cuarto encuentros), se inician los procesos de cualificación en las estrategias didácticas a utilizar, tanto de carácter cognitivo para resolver problemas, como aquellas de tipo control del proceso (metacognitivo), según Osses y Jaramillo (2008) "para formar estudiantes metacognitivos es necesario contar con educadores metacognitivos", por tanto los docentes deben adecuar sus prácticas pedagógicas planificando, controlando y evaluando.

En los dos encuentros finales se estudian los conceptos y procedimientos para realizar ambientes de aprendizaje y la importancia de estos en la adquisición del aprendizaje significativo.

Las fases generales que rigen el desarrollo del programa de intervención, en las cuales se preparó tanto a estudiantes como a docentes, se dio de la siguiente manera, se ajusta al modelo adelantado por Tárraga (2008), también es una adaptación de lo propuesto por Mateos (2001), inspirada básicamente en la filosofía de la transferencia gradual del control del aprendizaje, esta

concibe al docente en el papel de modelo y guía de la actividad cognitiva y metacognitiva del discente. Las fases desarrolladas son las siguientes:

- Fase inicial: instrucción directa.
- Segunda fase: modelado metacognitivo.
- Tercera fase: práctica guiada.
- Fase final: aprendizaje cooperativo.

La primera fase de intervención, la instrucción directa tiene como objetivo proporcionar a los estudiantes indicadores sobre como utilizar correctamente el modelo de resolución de problema, adoptado por este programa de intervención, el cual está basado en la presentación de las estrategias cognitivas de cómo resolver problemas matemáticos contextualizados, las cuales son: Entender y analizar el problema; Planificar una estrategia para resolver el problema; Organizar los datos y el plan de resolución en un organizador de información; Resolver el problema; Evaluar el resultado del problema.

Esta debe dar cuenta según Osses y Jaramillo (2008) de las estrategias que se van a enseñar y de cada una de sus etapas. La explicación debe procurar conocimientos declarativos (saber qué), procedimentales (saber cómo) y condicionales (saber cuando y por qué). Una mayor conciencia de estos aspectos puede redundar en una aplicación más flexible de las mismas.

En esta misma fase se busca que el estudiante comprenda la importancia de resolver problemas en la vida cotidiana, a su vez que se prepara para afrontar las diferentes situaciones problemáticas que se les presentan en la escuela. A su vez, se exponen los diferentes pasos que se deben seguir para enfrentarse a un problema matemático, enfatizando que no se tomen como receta de cocina sino que sea de carácter reflexivo, utilizando de esta forma las preguntas que guían la autoinstrucción, el autocuestionamiento y la

comprobación, mediante todo el proceso de resolución.

Por lo anterior, la instrucción directa se utiliza para explicarles a los estudiantes los métodos heurísticos del cómo resolver problemas, en las que se describen las diferentes cuestiones que hay que centrar la atención y ser cuidadosos a la hora de diferenciar entre los tipos de actividades concretas de la matematización.

Se aclara que en esta fase los problemas que se utilizaron fueron contextualizados a la realidad de los estudiantes.

La segunda fase de la intervención es el modelado metacognitivo, aquí el docente ha de servir de "modelo" para los estudiantes en cómo resolver problemas matemáticos, haciendo uso de los procesos metacognitivos de planeación, control y evaluación, pero no solo muestra cómo resolver los problemas correctamente, sino que también comete deliberadamente errores que va corrigiendo; y de esta manera muestra a los estudiantes el modo de autorregularse durante la solución de problemas.

En las primeras tres sesiones de clase el docente resuelve los problemas planteados mostrando cómo se debe enfrentar la situación, siempre reiterando en el proceso la puesta en escena de las preguntas metacognitivas; en las tres segundas sesiones ya el docente resuelve los problemas acompañado de los estudiantes, guiando el proceso por medio de preguntas orientadoras; por último el docente le otorga totalmente el protagonismo al estudiante, sin dejar de mediar en el aula.

Esta fase complementa la anterior que se ofrece a través de la explicación del docente, éste modela tanto la actividad cognitiva como la metacognitiva que lleva a cabo durante la solución de un problema. En este modelado se sustituyen las

conductas observables a imitar, características del modelado conductual, por acciones cognitivas y metacognitivas que son expresadas verbalmente por el docente. Se trata de modelar, no sólo las acciones cognitivas implicada en la resolución de problemas, sino también las actividades metacognitivas de planificación, supervisión y evaluación de las primeras (Mateos, 2001).

La tercera fase es la práctica guiada, aquí se busca que los estudiantes practiquen el uso del procedimiento para resolver problemas, utilizando los procesos metacognitivos, para esta fase se retomó "la hoja para pensar el problema" de Pifarré (1998), a la cual se le realizaron los respectivos ajustes, teniendo en cuenta los momentos utilizados para resolver problemas matemáticos planteados en esta intervención.

El docente, proporciona a los estudiantes la guía necesaria para ir alcanzando progresivamente un nivel de autonomía más elevado, en un primer momento el docente explica la utilización de la Hoja Guía, a la cual los estudiantes le llamaron "la Hoja inteligente" (Anexo N° 6), atendiendo a las preguntas que la hoja iba orientando.

Esta práctica se realiza con la colaboración del docente quien conduce y ayuda al estudiante en el camino hacia la autorregulación. Esta fase se caracteriza por el diálogo entre profesor y estudiante, cuyo fin último es de mediar entre las metas que se requieren alcanzar y que están por fuera de las posibilidades de los estudiantes sin esa ayuda (Osses y Jaramillo, 2008).

Se propusieron diferentes problemas con respecto a la situación de aprendizaje diseñada, los estudiantes resolvieron dichos problemas utilizando la hoja guía de manera individual, para luego exponer sus estrategias de resolución y los resultados a todo el grupo.

La última de las fases es el aprendizaje cooperativo, el cual utilizado como estrategia didáctica, promueve la realización conjunta de diferentes tareas, tomando como base que la cooperación puede mejorar el aprendizaje personal y el grupal. Esta fase, según Mateos (2001), proporciona una fuente adicional de andamiaje al aprendizaje individual. Se lleva a cabo en el contexto de la interacción con un grupo de iguales que cooperan para completar la tarea. El control de la actividad se traslada al grupo para distribuirse entre sus miembros.

En esta fase el docente conforma los grupos de manera heterogénea, es decir un estudiante con alto desempeño, acompaña estudiantes con desempeños medios y bajos, esto con el fin de establecer las relaciones entre pares y potenciar el aprendizaje. Cada miembro del grupo cumple con un rol y una responsabilidad, la cual deberá ser cumplida para beneficio de todo el equipo. El aprendizaje cooperativo facilita la discusión, entre los estudiantes y el docente, permite a su vez negociar las propias opiniones y poner énfasis en los aspectos metacognitivos, favoreciendo la reflexión y la autoevaluación.

DURACIÓN DE LA INTERVENCIÓN

El programa de intervención tuvo una duración de 30 sesiones de 50 minutos cada una (3 sesiones semanales durante 10 semanas), realizadas en los dos grupos intervenidos de quinto grado de básica primaria de la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo.

Las 6 primeras sesiones se dedicaron a la introducción del programa de intervención y a realizar la fase de Instrucción directa. En esta fase el número de problemas resueltos fueron alrededor de 10 en toda la fase. El objetivo de las sesiones era que el docente proporcionara a los estudian-

tes indicadores sobre cómo utilizar correctamente el modelo de resolución de problema.

Las 9 sesiones siguientes correspondieron a la fase de modelado metacognitivo, en la que se tendrían en cuenta las acciones de tipo metacognitivo haciendo uso del modelado, en una primera semana el docente utilizó la estrategia como modelo, realizando los problemas el mismo, se propuso a su vez que el docente de manera deliberada introdujera errores en el proceso de resolución, para que de este modo, se ejemplificaran las estrategias de comprobación y revisión, verbalizando los procedimientos utilizados, así como las estrategias metacognitivas utilizadas.

En la siguiente semana los estudiantes ya realizaban sus aportes en las clases, por último ellos mismos resolvían las situaciones planteadas utilizando las estrategias que el docente había modelado en un primer momento. El número de problemas realizados para esta fase fue de 12, introduciendo a su vez un ambiente de aprendizaje con la respectiva situación problema.

En las 9 sesiones siguientes se establecen en la fase de práctica guiada, la cual tienen como objetivo principal brindar otra herramienta a los estudiantes para reiterar los procesos de tipo cognitivo y metacognitivo del programa de intervención, en las 2 primeras sesiones de esta fase el docente explica y discute con sus estudiantes las ventajas y desventajas de la utilización de la "hoja inteligente" quedando clara su utilización. Luego los discentes ponen en práctica estas orientaciones resolviendo problemas de manera individual primeramente y en un segundo momento de manera grupal. En esta fase se resolvieron 12 problemas contextualizados y una segunda situación problema que surgió del mismo ambiente de aprendizaje anterior.

Por último, las 6 sesiones finales correspondientes a la práctica del aprendizaje cooperativo, en la que se busca que los estudiantes conformen equipos y realicen un trabajo de apoyo entre pares, a su vez que se sirven de soporte unos de otros. Se formaron grupos heterogéneos, explicándoles la dinámica de esta última fase y la importancia de este tipo de trabajo. En esta fase se resolvieron alrededor de 8 problemas contextualizados y se creó un segundo ambiente de aprendizaje del cual se extrajo una situación problema.

Durante el período de intervención los grupos controles asistieron a las aulas de manera regular, recibiendo sus clases de manera normal como trabaja la docente de quinto grado de la jornada matinal, sin exponerse a ningún cambio de tipo metodológico o didáctico.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

Seguidamente de la aplicación de la intervención basada en estrategias didácticas con enfoque metacognitivo, donde se les enseña a los estudiantes a aplicar estrategias cognitivas y metacognitivas que apoyen el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos contextualizados, se realizan los análisis de los resultados obtenidos en el pretest.

Para evaluar los efectos del tratamiento se han realizado una serie de pruebas estadísticas no paramétricas, tal como la prueba de signos para el análisis intra-grupo, la prueba de Mann-Whitney para el análisis inter-grupos, se han puesto a prueba los efectos principales de las variables grupo y momento de la evaluación.

PRUEBA INTRA-GRUPO

Grupo control B

Para comprobar que el grupo control no presenta diferencias estadísticamente significativas se realizó una prueba de signos bilateral ($P = 0.648$). Corroborando que no hubo diferencias entre la aplicación de la prueba diagnóstica y el postest. El análisis de los resultados obtenidos por la prueba de signos, indica que los estudiantes del grupo control no avanzaron en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos, respecto a los indicadores de desempeño que evalúa la prueba, se considera que persisten las dificultades con respecto a esta competencia.

Según Pifarré (1998), inciden las estrategias cognitivas y metacognitivas que se ejecuten en el modelo para resolver problemas, atendiendo a las estrategias cognitivas aplicadas de entender y analizar el problema; planificar una estrategia para resolver el problema; organizar los datos; resolver el problema y evaluar el resultado, articulándolos con las estrategias de tipo metacognitivo. Tárraga (2008).

Grupo Experimental A

Por otra parte el grupo experimental sí presentó diferencias estadísticamente significativas al 5% de significancia, se realizó la misma prueba de los signos bilateral ($Z = -2.157$, $P = 0.031$). Corroborando que sí hubo diferencias estadísticamente significativas luego de la intervención.

Dado que la interacción ha resultado significativa puede decirse que el tratamiento presenta un efecto positivo en cuanto al desarrollo de habilidades para resolver problemas matemáticos.

De acuerdo a la interpretación del gráfico N° 1 se muestra la diferencia entre el pretest y el postest

del grupo experimental. Se observa el avance con respecto a la pre-prueba, a su vez, se establece que la competencia resolución de problemas matemáticos contextualizados muestra un desarrollo positivo, lo que significa que el grupo de estudiantes sometidos al tratamiento, lograron aplicar las estrategias cognitivas y metacognitivas en la resolución de los problemas planteados.

PRUEBA INTER-GRUPO PARA EL POSTEST

Grupos experimental A y grupo control B

Se ha realizado la prueba U de Mann-Whitney, para establecer si existen o no diferencias significativas entre los grupos comparados, esta prueba es paralela a la prueba paramétrica de contraste t de student para muestras independientes, contrasta si dos poblaciones muestreadas son equivalentes en su posición, para evaluar si hubo o no efectos sobre la variable dependiente. Para estos grupos los efectos han resultado estadísticamente significativos ($Z = -2.457$, $P = 0.014$), Como $P < 0.05$ se acepta la hipótesis alternativa que el programa sí tuvo incidencia en el desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos contextualizados.

En la gráfica N° 1, puede observarse cómo la posición inicial del grupo experimental es idéntica en términos promedio con la del grupo de comparación. Sin embargo, tras el tratamiento, el grupo experimental mejora enormemente hasta superar al grupo control.

Esto constata que el tratamiento basado en estrategias didácticas metacognitivas da resultados positivos en lo que respecta al desarrollo de la competencia resolución de problemas.

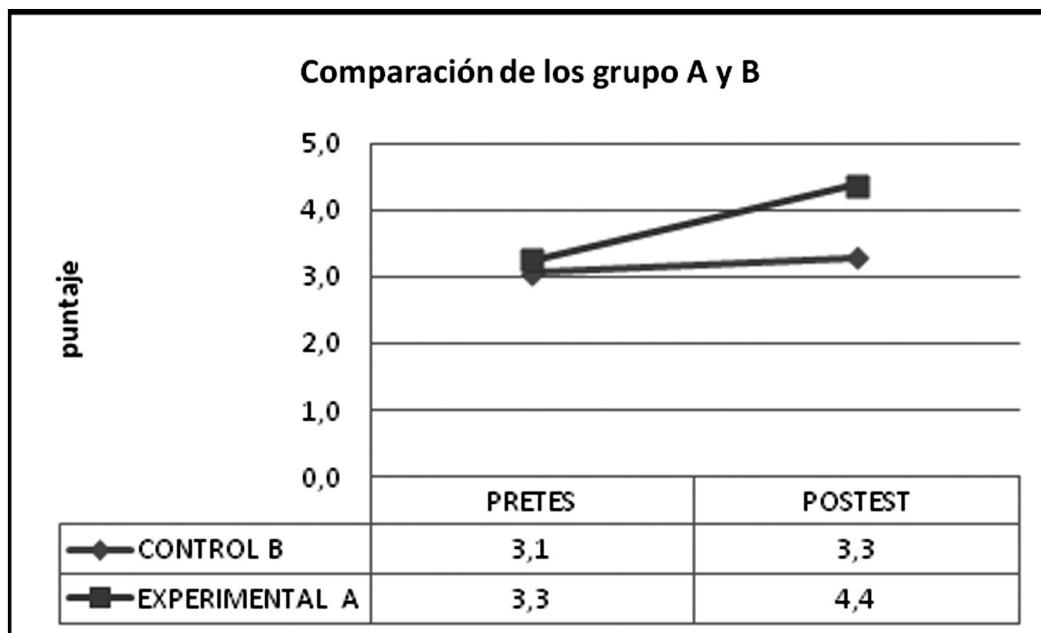


Gráfico 1

Comparación de los Grupos A experimental y B control, puntajes del pretest y postest

Ahora bien, se contrasta el grupo C con el grupo A, para de esta manera descartar el efecto de sensibilización de la prueba diagnóstica. La prueba U de Mann-Whitney no reporta diferencias estadísticamente significativas ($Z=-0.487$, $P=0.626$) entre los resultados del postest de los dos grupos experimentales, lo que descarta el efecto de sensibilización del pretest en el Grupo experimental A.

A su vez, se contrasta el grupo D con el grupo B para descartar los efectos temporales que pueden haber ocurrido en el tiempo que se realizó la intervención. La prueba U de Mann-Whitney no reporta diferencias estadísticamente significativas ($Z=-0.482$, $P = 0.630$) entre los resultados del postest de los dos grupos controles, lo que descarta el efecto de temporalización entre los grupos.

Por último se realiza la comparación entre los resultados del postest de los grupos C

(experimental) y D (control), la prueba de Mann-Whitney presenta diferencias altamente significativas ($Z=-3.295$, $P=0.001$) con respecto a la comparación de estos dos grupos, lo que corrobora el cumplimiento de la hipótesis general alternativa de esta investigación, las estrategias didácticas con enfoque metacognitivo sí inciden en el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas matemáticos.

El gráfico N° 2, muestra la comparación entre los diferentes momentos de los cuatro grupos, se evidencia la equivalencia del grupo A (experimental) y el grupo B (control) en el puntaje obtenido en el pretest (primeros dos gráficos de izquierda a derecha), a su vez se puede observar las diferencias en los resultados del postest de los grupos experimentales con respecto a los grupos controles, los grupos experimentales obtuvieron mayor puntaje en esta prueba corroborando el efecto positivo del programa de intervención.

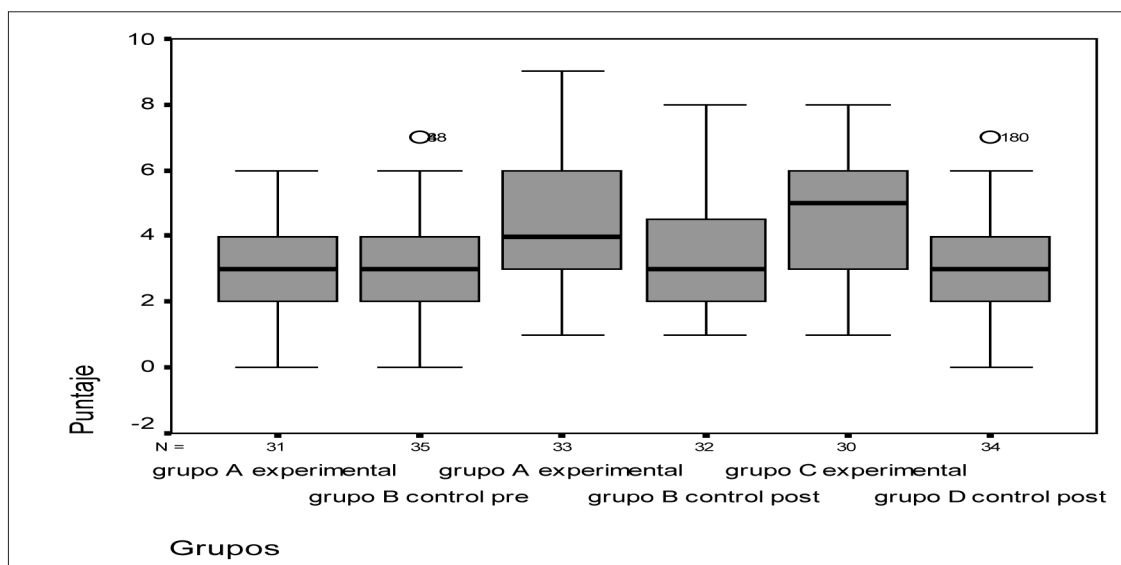
**Gráfico 2**

Diagrama de Cajas, comparación de los diferentes grupos

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados anteriores, se ratifica lo planteado por Bara (2001) y Sulbarán (2007), con respecto a la función que debe desempeñar el docente, preparándose para intervenir en el programa, estructurándose en las diferentes fases que se han de realizar y de esta forma implicándose directamente con la aplicación de las estrategias didácticas con enfoque metacognitivo, de aquí que se sienta motivado a integrar este tipo de estrategias a su planeación y ejecución de clases, evaluando su efectividad y de esta forma, realizar cambios consecuentes en su práctica pedagógica.

Por otra parte, este trabajo de investigación confirma lo encontrado por Pifarré y Sanuy (2001), quienes concluyen que el diseño y aplicación de propuestas didácticas que tengan como objetivo mejorar el proceso y las estrategias para resolver problemas de matemática, tienen una incidencia

positiva cuando se trabaja en las habilidades cognitivas y metacognitivas de los estudiantes. A su vez, que se tengan en cuenta parámetros tales como: contextualizar el problema planteado, sea desde la matemática o desde la vida cotidiana, dándose entonces un aprendizaje significativo; aplicar métodos de enseñanza en los cuales se haga explícito el o los modelos de resolución de problemas que se aplican, con el fin de que no quede de manera implícita, sino que se explicita el proceso cognitivo y metacognitivo que se desarrolla en el tiempo que se le dedica a resolver el problema; diseñar diferentes tipos de materiales didácticos y construcciones de ambientes de aprendizaje que permitan que el estudiante seleccione, organice y controle diferentes procedimientos a la hora de enfrentarse a la resolución de problemas matemáticos contextualizados.

El objetivo general pretendía determinar la influencia de la implementación de estrategias didácticas con enfoque metacognitivo en el

desarrollo de la habilidad de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de 5° de la institución educativa Normal Superior de Sincelejo. La conclusión que se extrae de este objetivo es la siguiente:

El programa de intervención con estrategias didácticas con enfoque metacognitivo produjo una mejora en la resolución de problemas matemáticos contextualizados.

La valoración de diferencias estadísticas significativas, de los grupos experimentales, intra-grupo e inter-grupos indica que el programa basado en estrategias didácticas con enfoque metacognitivo produjo efectos positivos en la variable competencia de resolución de problemas. Estos efectos se produjeron en el sentido esperado: En el pretest el grupo control B y el experimental A, no obtuvieron diferencias significativas, en el postest el grupo experimental A obtuvo una importante mejora superando al grupo control. A su vez, la comparación del postest entre el grupo experimental C y el control D, muestra que el grupo experimental supera significativamente al grupo control, corroborándose que el programa de intervención sí da resultado.

Se comprueba entonces lo planteado por Schoenfeld (1985) el manejo de Estrategias metacognitivas caracterizada por la toma de conciencia mental de las estrategias necesarias utilizadas al resolver un problema, para planear, monitorear, regular o controlar el proceso mental de sí mismo, hace parte fundamental en el proceso de resolución de problemas; es decir, no basta con tener los conocimientos declarativos claros y estrategias cognoscitivas acordes para realizar el proceso de resolución de problemas, sino que es inminentemente necesario poner en práctica la planeación, el monitoreo y la comprobación de resultados con el fin de resolver diferentes problemas contextualizados dentro del área de

matemática o fuera de ella; el programa de intervención realizado en esta investigación aporta en gran medida a este tipo de estrategias, dando resultados favorables en el desarrollo de la competencia resolución de problemas en matemática dentro de un contexto de la vida cotidiana.

A su vez, se comprueba que en la resolución de problemas se distinguen cuatro fases: análisis, exploración, ejecución y comprobación, que son indispensables en la resolución de problemas. según Schoenfeld (1985), estas están acordes con las estrategias cognitivas desarrolladas en el programa de intervención (Entender y analizar el problema; Planificar una estrategia para resolver el problema; Organizar los datos y el plan de resolución en un organizador de información; Resolver el problema); cuando se entiende y analiza el problema se está en la fase de análisis; al planificar, organizar los datos se refiere entonces a la fase de exploración y cuando se aplican las diferentes estrategias planeadas utilizando las operaciones pertinentes se está en la fase de ejecución; sin embargo la etapa de comprobación, ya se refiere a las estrategias metacognitivas que se ponen en juego a los largo del proceso de aplicación de las estrategias cognitivas, es aquí donde se evidencia que la autoinstrucción, el automonitoreo y la comprobación durante todas las etapas de la resolución de problemas permiten que se movilicen diferentes estrategias de tipo metacognitivo que coadyuvan en el desarrollo de la competencia resolución de problemas; caracterizada por desarrollar y aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas (ICFES, 2007).

Cada una de las fases inspirada en la filosofía de la transferencia gradual del control del aprendizaje (Mateos, 2001), concibe al docente en el rol de modelo y guía de la actividad cognitiva y metacognitiva del estudiante, llevándolo poco a poco

a participar de un nivel creciente de competencia y, al mismo tiempo, retirando paulatinamente el apoyo que proporciona hasta dejar el control del proceso en manos del estudiante. Por tanto, la aplicación de la propuesta mediante las fases de Instrucción directa, modelado metacognitivo, práctica guiada y aprendizaje cooperativo o práctica cooperativa, influyó de manera positiva en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos contextualizados de los estudiantes.

Las conclusiones que se pueden determinar, teniendo en cuenta el análisis anterior son:

- Los maestros de básica primaria son capaces de cambiar los paradigmas tradicionales de enseñanza, poniendo a prueba otros métodos de intervención innovadores, si se les brinda la formación adecuada.
- La preparación de los docentes en la aplicación en estrategias didácticas con enfoque metacognitivo, contribuye al desarrollo de competencias metacognitivas en el aula, aportado al aprendizaje autónomo de los estudiantes.
- La resolución de problemas matemáticos, en sus funciones de medio y fin del aprendizaje, constituye una actividad compleja e integral que requiere de la formación de modos de actuación, métodos de solución y procedimientos específicos, elementos constitutivos de la competencia, que incluyen a su vez conocimientos tanto cognitivos como metacognitivos.
- El manejo de estrategias metacognitivas caracterizada por la toma de conciencia mental de las estrategias necesarias utilizadas al resolver un problema, para planear, monitorear, regular o controlar el proceso mental de sí mismo, hace parte fundamental en el proceso de resolución de problemas.

- El conocimiento y uso adecuado de estrategias de solución de problemas, a través de la aplicación de modelos que articulen estrategias cognitivas y metacognitivas y el contexto, permite que el estudiante desarrolle la competencia de resolver problemas desde la matematización de sus realidades.

- Los aportes de Freudenthal sobre la contextualización de los problemas aporta elementos significativos para el desarrollo de la competencia resolución de problemas; a su vez se corrobora que el desarrollo de la comprensión matemática pasa por distintos niveles donde los contextos y los modelos poseen un papel relevante y ese desarrollo se lleva a cabo por el proceso didáctico denominado reinención guiada, en un ambiente de heterogeneidad cognitiva.

- La aplicación sistemática de un modelo didáctico, inspirado en la filosofía de la transferencia gradual del control del aprendizaje, operacionalizado mediante las fases de instrucción directa, modelado metacognitivo, práctica guiada y aprendizaje cooperativo, influye de manera positiva en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos contextualizados de los estudiantes.

- Los resultados obtenidos en los grupos experimentales demuestran la eficacia del programa de intervención basado en estrategias didácticas con enfoque metacognitivo, el cual produjo una mejora en la competencia resolución de problemas matemáticos contextualizados.

- Se establece un avance a nivel investigativo en el campo de la metacognición, teniendo en cuenta que la tendencia habitual de las investigaciones encaminadas a mejorar la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica primaria es escasa. ^{zp}

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bara, P. (2001). *Estrategias metacognitivas y de aprendizaje: Estudio empírico sobre el efecto de la aplicación de un programa metacognitivo, y el dominio de las estrategias de aprendizaje en estudiantes de E.S.O, B.U.P y Universidad*. [Disertación Doctoral]. Universidad Complutense de Madrid, España.
- Callejo, L. (1998). *Un club matemático para la diversidad*. Madrid: Narcea.
- Cockroft, D.W. (1982). *Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools. Mathematics Counts*. Londres: HMSO.
- Delgado, R. (1998). *La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: dos aspectos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración del contenido y el desarrollo de habilidades generales matemáticas*. [Tesis de Doctoral]. Universidad de La Habana, Cuba.
- Flavell, J.H., & Wellman H. (1976). *Metamemory. Paper in Annual Meeting of the American Psychological Association*. Chicago.
- García, J., Frias, D. & Pascual, J. (1999). Potencia estadística del diseño de Solomón. *Psicothema*, 11, (2), pp. 431-436.
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2000). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES). (2003). *¿Cómo es la evaluación en Matemáticas? Grupo de evaluación de la educación básica y media*. Bogotá: El instituto.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES). (2007). *Fundamentación conceptual área de matemáticas. Grupo de evaluación de la educación superior*. Bogotá: El instituto.
- Mateos, M. (2001). *Metacognición y educación. Serie Psicología Cognitiva y Educación*. Buenos Aires: Aique.

- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Lineamientos curriculares área de matemática*. Bogotá: El Ministerio.
- Osses, S. & Jaramillo, S. (2008). Metacognición: un camino para aprender a aprender. *Revista Estudios Pedagógicos*, 38.
- Pifarré, M. (1998). *Aprèn estratègies per resoldre problemes matemàtics*. Lleida: Pagès.
- Pifarré, M. & Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto departamento de pedagogía y psicología. *Enseñanza de las Ciencias*, 19 (2), p.297-308.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Garden City, New York: Doubleday.
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Posada, R. (2008). *Competencias, Currículo y aprendizaje en la formación superior*. Barranquilla: Gente Nueva.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. California: Academic Press.
- Sulbarán, M. (2007). Estrategias docentes y capacidades metacognitivas del alumno en el área de lengua y literatura en educación básica. *REDHECS: Revista Electrónica de Humanidades, Educación y Comunicación Social*, 2, (2). Recuperado el 25 de septiembre de 2009 desde <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2719485>
- Tárraga, R. (2008). *¡Resuélvelo! Eficacia de un entrenamiento en estrategias cognitivas y metacognitivas de solución de problemas matemáticos en estudiantes con dificultades de aprendizaje*. [Disertación Doctoral]. Universidad de Valencia, España.
- Vasco et al. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas, potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.