ARTÍCULO CORTO DE RESULTADOS
PRELIMINARES DE INVESTIGACIÓN
SHORT ARTICLES WITH PRELIMINARY RESEARCH REPORT

Realidad y perspectiva didáctica de futuros profesores de matemáticas a partir de una situación problema

Reality and prospective view of mathematics teachers from a problem issue

José Ortiz Buitrago
Luis Rico Romero
Enrique Castro Martínez


Cristo Hoyos. *Farotas 1*. Acrílico sobre tela sobre madera.

Una versión preliminar de este trabajo se encuentra disponible en la base de datos de documentos del grupo de pensamiento numérico y algebraico de la Universidad de Granada http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/OrtizJ04-2859.PDF

zona próxima

Revista del Instituto de Estudios en Educación Universidad del Norte

nº 13 julio – diciembre, 2010
ISSN 1657-2416

JOSÉ ORTIZ BUITRAGO
DR. EN MATEMÁTICAS POR LA UNIVERSIDAD DE GRANADA, ESPAÑA. PROFESOR TITULAR. COORDINADOR DE LA CÁTEDRA DE MATEMÁTICA DEL CICLO BÁSICO, FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES. UNIVERSIDAD DE CARABOBO. VENEZUELA
ortizjo@cantv.net

LUIS RICO ROMERO
DR. EN MATEMÁTICAS POR LA UNIVERSIDAD DE GRANADA, ESPAÑA. PROFESOR CATEDRÁTICO. DIRECTOR DEL DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA. UNIVERSIDAD DE GRANADA. ESPAÑA
lrico@ugr.es

ENRIQUE CASTRO MARTÍNEZ
DR. EN MATEMÁTICAS POR LA UNIVERSIDAD DE GRANADA, ESPAÑA. PROFESOR CATEDRÁTICO DEL DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA. UNIVERSIDAD DE GRANADA. ESPAÑA
ecastro@ugr.es

RESUMEN

La aplicación didáctica de la modelización matemática en el currículo de matemáticas de secundaria y su uso práctico en la enseñanza y aprendizaje representa el eje central del presente trabajo. El objetivo fue analizar las producciones de diez profesores de matemáticas en formación, relacionadas con una situación problema, específicamente referidas a: 1. El diseño de un guión de actividades a desarrollar para modelizar una situación, 2. Los conceptos matemáticos identificados por ellos en la modelización y, 3. La elaboración de una actividad didáctica diseñada para exponer la modelización de una situación propuesta a alumnos de secundaria. Se utilizó un abordaje cualitativo en la investigación y se encontró que los profesores en formación consideraron muy importante el trabajo conjunto profesor-alumno, la discusión grupal y el informe y comunicación de las ideas matemáticas a la clase. Los participantes identificaron conceptos matemáticos y enfatizaron en el paso del mundo real al mundo matemático y en la actividad matemática a desarrollar una vez adoptado el modelo correspondiente. Asimismo, acudieron a la simplificación y abstracción soportada en criterios y su respectiva simbolización. No obstante dieron poco énfasis a la interpretación de resultados como elemento clave en la validación del modelo.

PALABRAS CLAVE: Modelización matemática, formación de profesores de matemáticas, actividades didácticas.

fecha de recepción: mayo 14 de 2010
fecha de aceptación: septiembre 23 de 2010

ABSTRACT

The didactic application of mathematical modelling in the curriculum of mathematics in secondary and its practical use in teaching and learning represents the core of this work. The objective was to analyze the production of ten pre-service mathematics teachers, related to a problem situation, specifically addressing: 1. The design of a guide for activities to be developed to model a situation, 2. Math concepts identified by them in the modelling and, 3. The development of an educational activity designed to expose the modelling of a proposal to school students. The study used a qualitative research and found that student teachers considered the joint teacher-student work, group discussion and reporting and communication of mathematical ideas to the class as very important. Participants identified and emphasized mathematical concepts in real world over the mathematics world and mathematical activity to be developed after adoption of the corresponding model. Also attended the simplification and abstraction criteria and supported in their respective symbolization. But they gave little emphasis to the interpretation of results as a key element in validating the model..

KEYWORDS: mathematical modelling, mathematics teacher training, didactical activities.

INTRODUCCIÓN

La importancia y delimitación del campo de la modelización en educación matemática han sido puestas de manifiesto por diversos autores, tales como Niss, Blum y Huntley (1991), Galbraith, Blum, Booker y Huntley (1998), Kaiser & Schwarz (2006) y Ortiz, Rico & Castro (2007, 2008). En ese sentido, la diversidad de trabajos de investigación en esta área y la introducción de cursos y propuestas curriculares para su uso, confieren a la modelización un marco conceptual para la enseñanza de las matemáticas en los diferentes niveles. Además, la modelización matemática posee un espacio de reflexión que muestra los procesos de transmisión y construcción del conocimiento matemático (Rico, 1997).

En este trabajo se considera el modelo matemático como "...un constructo de carácter dinámico que resulta de la matematización de la realidad, además conserva un isomorfismo con la realidad de la cual procede" (Ortiz, 2000, p.12). Dicho constructo está constituido esencialmente de fenómenos, estructuras matemáticas y de relaciones entre esos fenómenos y estructuras. Tales relaciones representan aspectos de una situación del mundo real (Niss, Blum & Galbraith, 2007). Asimismo, se asume la modelización, como el proceso mediante el cual se construye y se estudia una relación entre un fenómeno y una estructura, a partir de una situación o problema del mundo real con la finalidad de aproximarnos a este último. Esto significa que las implicaciones del modelo deben orientarse a la comprensión y resolución del problema correspondiente al mundo real. Esquemáticamente concebimos el proceso de modelización como se visualiza en la Figura 1.

Como se puede observar en la figura 1, la modelización matemática es un proceso que involucra cuatro grandes momentos:

1. **Identificación de la situación problema,** la cual se entiende como una situación abierta que pertenece al mundo real, susceptible de ser tratada con herramientas matemáticas. En este primer momento se perciben cuestiones e interrogantes procedentes de un mundo de fenómenos, que dan lugar a problemas para cuya respuesta es necesario un proceso de abstracción y simplificación. Es decir, hay que mostrar el interrogante en términos de una estructura matemática que resume y expresa el problema. Se constituye la imagen de alguna parte objetiva existente en la realidad. Se hace necesario entender la estructura, idealizar y precisar el sentido de la situación o problema real, enmarcado sobre la base del contexto en el cual se construirá el modelo real. Aquí se incluye la posible toma de datos y su organización para análisis posterior.

2. **Construcción del modelo matemático,** entendido como un constructo que permite describir, predecir y explicar fenómenos o hechos a los cuales refiere. Este es el momento de abstracción, es decir, donde el sujeto focaliza la atención sobre propiedades específicas de la situación dada y considera esas propiedades aisladas de la situación original. Al modelizar se deben establecer los datos, conceptos, relaciones, condiciones y premisas que serán traducidos al lenguaje matemático. De igual manera se identifican los posibles recursos (tecnología) que podrían facilitar dicha construcción.

3. **Elección de los contenidos y métodos matemáticos apropiados**. En este momento se acude a los conceptos y técnicas matemáticas, también se puede recurrir a los recursos tecnológicos para su aplicación operativa o resolución. Las conclusiones matemáticas obtenidas serán traducidas del lenguaje del modelo matemático al lenguaje de la situación del mundo real considerada inicialmente.

4. **La interpretación y validación de las conclusiones** se hace contrastando directamente con la situación del mundo real, que está siendo estudiada, o a través del modelo real configurado en la modelización realizada.

Cuando los resultados de esa comparación realidad-modelo son favorables terminamos con el proceso de modelización. En caso contrario reiniciamos el proceso para refinar el modelo existente o para buscar otro diferente a éste, siempre teniendo como norte encontrar un modelo aceptable, para el cual finalmente sería deseable su presentación y discusión ante la clase, con miras a fortalecer en los alumnos sus habilidades de comunicación de ideas matemáticas en forma oral y escrita, así como otras habilidades intelectuales producto de las argumentaciones tales como la aplicación de los conocimientos matemáticos en el momento de resolución entre otros.

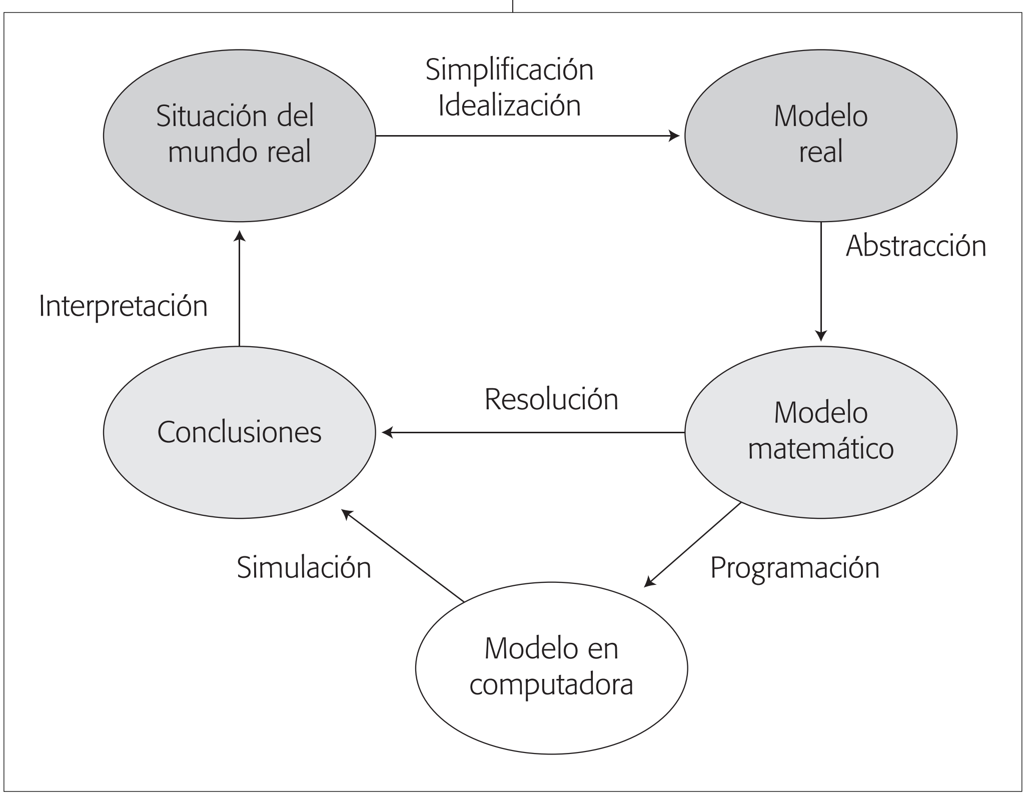

Figura 1. Proceso de modelización matemática (Ortiz, 2000)

En la figura 1 se visualiza el carácter cíclico, del proceso de modelización, el cual le confiere una estructura dinámica y flexible que permite su permanente enriquecimiento e incorporación de nuevas interrogantes cada vez que se desea modelizar una situación dada. Por otra parte, en la misma figura se incluye el modelo estructurado en la computadora mediante las potencialidades de programación disponibles. De esta manera se puede tener una simulación del modelo, la cual puede contribuir a la comprensión de las conclusiones matemáticas. Dicha construcción del modelo en la computadora o calculadora gráfica (CG) conllevaría nuevos dominios y exigencias por parte de quien modeliza.

En los momentos mencionados anteriormente se debe tener en cuenta que el sujeto que modeliza podría ser el profesor, el alumno, grupos de alumnos o el profesor conjuntamente con sus alumnos. En todo caso lo propuesto en la figura 1 debe considerarse inmerso en un contexto de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Asimismo, la modelización permite al profesor considerar el entorno físico y social para abordar situaciones problema dentro de contextos vinculados a los alumnos; es decir, el profesor tendrá en este organizador curricular muchas opciones que le puedan ayudar a relacionar los conceptos matemáticos con el mundo real, de tal manera que los alumnos puedan vislumbrar una mayor importancia a los temas de las matemáticas escolares. La modelización también contribuye a que los alumnos perciban las matemáticas como una disciplina que puede utilizarse para comprender y modificar la realidad, mediante el planteamiento de situaciones problema del mundo real, lo más cercanas posibles a la sensibilidad del estudiante (Castro & Castro, 1997; Ortiz, 2000).

Ante las consideraciones anteriores, cobra importancia la realización de actividades didácticas y de investigación de manera que los profesores utilicen el proceso de modelización. En ese sentido, en este estudio se analiza la forma como diez profesores en formación planifican una actividad didáctica para la enseñanza del álgebra a partir del enunciado de una situación problema. La interrogante de investigación fue la siguiente: ¿Cómo utilizan, los profesores en formación, la modelización matemática en una actividad didáctica para la enseñanza del álgebra?.

METODOLOGÍA

Los sujetos participantes fueron diez profesores en formación, indicados por PF1, PF2,…, PF10, cursantes del último año de licenciatura en Matemáticas en la Universidad de Granada, España. La experiencia consistió en asignar una situación problema para realizar a partir de ésta una actividad didáctica. Los participantes disponían y conocían las potencialidades de la calculadora gráfica TI-92 la cual podrían incorporar en sus propuestas. Dicha situación problema corresponde a una adaptación de la séptima actividad propuesta por Swetz y Hartzler (1991) y también estudiada por Ikeda (1997). Se realizó un análisis cualitativo que enfatizó en los elementos que intervienen al integrar la modelización y la calculadora gráfica (CG), específicamente el conocimiento del proceso de modelización, los conceptos matemáticos puestos en juego, el juicio crítico respecto a la modelización y los modos de incorporación de la CG.

A continuación se presenta el enunciado de la referida situación problema:

La situación del cartero. Un cartero recorre cada día todos los buzones de las casas a ambos lados de una calle de longitud L. El puede repartir en todos los buzones de un lado, cruzar la calle y repartir en todos los buzones del otro lado. También el cartero puede repartir en un buzón, cruzar la calle, repartir en dos buzones, cruzar nuevamente, repartir en dos buzones y así sucesivamente hasta el final de la calle. ¿Cuál de las dos opciones recomendaría al cartero? (ver figura 2)

Actividades

1. Diseñe un guión de actividades a desarrollar para modelizar esta situación en un curso de secundaria (12-16 años).

2. Cuáles conceptos matemáticos intervienen en esta modelización.

3. Redacte una actividad didáctica que esté diseñada para exponer una modelización de esta situación a los alumnos de secundaria (12-16 años).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En lo que sigue se presenta el análisis de las producciones presentadas por los participantes y la ejemplificación, en los casos que se considera conveniente, para completar las argumentaciones. Asimismo, se hace referencia a cada una de las cuestiones propuestas en la situación planteada.

Primera cuestión

Diseñe un guión de actividades a desarrollar para modelizar esta situación en un curso de secundaria (12-16 años).

En líneas generales, en el diseño propuesto, presentaron el esquema siguiente:

1. Planteamiento de la situación
2. Agrupación de los alumnos en la clase
3. Discusiones grupales con la orientación del profesor
   3.1 Asunción de suposiciones
   3.2. Planteamiento de casos particulares

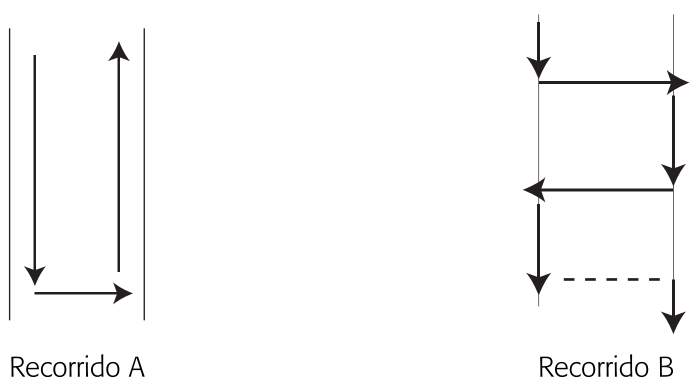

Figura 2. Recorridos del cartero en la situación planteada

3.2.1 Determinación de los datos y de las incógnitas
3.2.2. Definición de variables y funciones
3.2.3. Representaciones gráficas y tabulares (empleo de CG)
3.2.4. Comparación de recorridos
3.2.5. Resolución algebraica
3.2.6. Interpretación de soluciones
3.2.7. Realización de nuevas modelizaciones
3.3. Búsqueda de generalizaciones
4. Informe individual o grupal a la clase.

El planteamiento de la situación se refiere a la presentación de la situación problema a los alumnos. Al respecto uno de los participantes expresó:

"se presenta la situación a los alumnos y se les deja un tiempo para que opinen..." (PF9)

El agrupamiento de los alumnos en la clase se vincula con la actuación tanto del profesor como de los alumnos, pero principalmente es en estos últimos donde se producen consecuencias relevantes para su aprendizaje. Los profesores en formación se mostraron favorables a la propuesta de trabajo en grupos con sus alumnos. En ese sentido presentaron propuestas como:

"Formar grupos de alumnos para que cada grupo afronte el problema a su manera, gozando así de diversidad de enfoques" (PF1)

"...Se dan valores a la tabla, repartiendo la clase en tres grupos..." (PF9)

En concordancia con el agrupamiento de los alumnos, se presentarían las *discusiones grupales con la orientación del profesor* las cuales estimularían las interacciones entre los alumnos con su consecuente intercambio de experiencias y conocimientos matemáticos, construcción de argumentos matemáticos, comunicar ideas matemáticas y a fomentar el pensamiento lógico, entre otras habilidades. Dichas discusiones estarían dirigidas a orientar el proceso de modelización en cada uno de sus momentos y potenciar el desarrollo de las habilidades requeridas en cada uno de ellos. En lo que sigue se presenta la asunción de suposiciones y la resolución de casos particulares con los detalles presentados por los participantes.

En cuanto a la asunción de suposiciones, dentro del primer momento de la modelización (Ortiz, 2000), los participantes consideraron importante el desarrollo de dichas habilidades. Por ejemplo, plantearon que se debería "dar una orientación a los grupos para que adopten las suposiciones necesarias para que el problema no se complique en exceso matemáticamente" (PF1)

Entre las suposiciones consideradas por los futuros profesores tenemos las siguientes:

"Calles simétricas" (PF4, PF5, PF6)
"Buzones equidistantes (PF4)
"Igual número de casas en ambas calles" (PF5, PF9)
"Hay n buzones a cada lado de la calle, todos separados por una unidad" (PF6)
"El número de casas siempre es par" (PF7)
"El cartero debe dejar una carta en cada buzón"(PF9)
"Todas las casas tienen buzón" (PF9)

Después de presentar las suposiciones (primer momento de la modelización), los profesores en formación, procedieron a plantear casos particulares para resolver el problema de elegir el recorrido donde el cartero caminará lo menos posible. El momento de abstracción se caracterizó por la generación y selección de variables y funciones. Dentro de las variables presentadas tenemos las siguientes:

"Anchura de la calle" (PF2)
"Distancia de un buzón a otro" (PF2, PF4)
"Longitud de la calle" (PF4)
"Número de casa en cada lado de la calle" (PF4)
"Volumen del reparto" (PF10)

Esta última variable fue generada pero no seleccionada. Las otras variables generadas si fueron seleccionadas en las producciones de los respectivos participantes. En cuanto a las funciones, tenemos las que definen el recorrido A y el recorrido B, las cuales al compararlas permitieron a los participantes decidir acerca del recorrido a recomendar al cartero. A manera de ejemplo, de la consideración de casos particulares se presenta el siguiente:

"Consideremos ***n*** como el número de casas, siempre par y simétricamente distribuidas en las dos calles con los buzones al comienzo de la casa y todas las casas de igual anchura. Sea ***L*** la longitud total de la calle. En este caso, los recorridos A y B están definidos por las funciones ***f*** y ***g*** respectivamente, donde ***x*** es la anchura de la calle:

$$f(x) = x + (n-2)\frac{2L}{n}$$

$$g(x) = \frac{n}{2}x + (n-2)\frac{L}{n}$$

En el caso que tengamos los valores fijos L= 20 y n= 8 ¿cuál recorrido se escogería? Se utiliza la CG para graficar f y g, donde f(x)= x + 30, g(x)= 4x + 15.

Luego, si la anchura de la calle (x=5) coincide con la distancia entre las casas (20/4), da igual el recorrido. Si la distancia entre las casas es mayor que la anchura de la calle, es mejor el recorrido A" (PF7)

El participante PF7 también realizó el caso particular con L=50 y n=12. En cuanto al desarrollo presentado para el caso L=20, n=8 se observó la integración de la CG en la representación y resolución del problema. Se nota en esta producción que el futuro profesor empezó presentando el caso general para las funciones f y g, y después pasó a los casos particulares y finalmente concluyó con la decisión del cartero.

Esta estrategia no parece adecuada para alumnos de secundaria puesto que no hay argumentación para la presentación o definición de las funciones. Por otra parte, hubiera sido preferible empezar directamente con los casos particulares hasta llegar a la generalización y toma de decisiones acerca de los recorridos para el cartero.

Otros participantes utilizaron esa manera inductiva para llegar a la correspondiente generalización. Tal es el caso de PF9 quien afirmó que "se pide a los chicos que hagan una tabla donde cada uno proponga una característica [variable] de la calle que pueda influir."

En su propuesta, este profesor en formación mostró una tabla, donde dejó fijo en primer lugar el número de casas en cada acera, luego el ancho de la calle y finalmente no varió la distancia entre buzones. El participante utilizó un proceso inductivo y su generalización para los recorridos A y B, donde se apreció su carácter algebraico como aritmética generalizada.

Finalmente, los participantes otorgaron importancia al informe de los alumnos a la clase. Esta fase reviste gran consideración porque allí los alumnos dan muestras de habilidades en comunicar ideas matemáticas, bien sea en forma oral o escrita; dan a conocer los heurísticos y estrategias utilizadas en el abordaje de las situaciones; además de desarrollar el espíritu crítico ante aproximaciones distintas a las suyas, dadas a la misma situación problema.

En ese sentido expusieron lo siguiente:

"Cada grupo expone las conclusiones que saca de los cálculos realizados" (PF9)

"Puesta en común de las conclusiones obtenidas por cada grupo" (PF1)

Segunda cuestión

¿Cuáles conceptos matemáticos intervienen en esta modelización?

Al respecto se encontró que los profesores en formación listaron los conceptos que ellos reconocieron con intervención en el proceso de modelización. Los principales conceptos fueron los siguientes: distancia entre dos puntos, variable, parámetro, funciones, ecuaciones e inecuaciones lineales y simetría.

Estos conceptos están vinculados al álgebra escolar de secundaria. Se deduce que los conceptos clave fueron los de variable, función y ecuación. En cuanto a la representación de esos conceptos los profesores en formación incluyeron los sistemas gráfico y tabular, además del simbólico.

Tercera cuestión

Redacte una actividad didáctica que esté diseñada para exponer una modelización de esta situación a los alumnos de secundaria (12-16 años).

El uso de ejemplos de manera inductiva, para presentar la actividad, fue un invariante en el grupo de futuros profesores. Asimismo, en cada ejemplo mencionaron la aplicación del proceso de modelización, desde las suposiciones asumidas, pasando el planteamiento de problemas, diferentes maneras de resolver y la interpretación de las soluciones.

Al respecto veamos una de tales propuestas:

"Mediante posibles aportaciones de los alumnos, sobre la marcha, se realizará lo siguiente:

1. Elección y comentario de las suposiciones precisas para afrontar el problema matemáticamente...

2. Hacer una tabla en la que se resuelva el problema para distintos valores de los parámetros que se hayan considerado

3. Obtención de conclusiones a partir de la tabla relativa a la opción que el cartero debe adoptar " (PF1)

CONCLUSIONES

A objeto de visualizar el énfasis que cada participante otorgó a cada momento de la modelización se estructuró la Tabla 1, a partir del análisis de la actividad didáctica elaborada por cada participante.

En el cuadro ubicamos las acciones consideradas en la aplicación del proceso de modelización por cada uno de los diez participantes.

Se observó que cada uno de los profesores en formación enfatizó en el proceso de modelización, tanto en la matematización, es decir el paso del mundo real al mundo matemático, como en la actividad matemática a desarrollar una vez adoptado un modelo para la situación dada. Por ejemplo, en la matematización consideraron los momentos de simplificación y abstracción, con acciones como la toma de criterios y condiciones y la consecuente simbolización, tal como lo consideran Niss, Blum y Galbraith (2007).

Sin embargo, en la resolución e interpretación de resultados dieron poco énfasis a esta última que es elemento clave para validar los resultados y buscar ajustes a nuevos modelos, que podrían favorecer una mejor descripción, predicción y prescripción de la problemática planteada en la situación dada (Ortiz, Rico & Castro, 2007).

En las respuestas dadas se mira prospectivamente a un profesor que lleva a cabo el proceso de modelización a través de una didáctica que toma en cuenta la interacción alumno-profesor en la clase, utilizando la CG, y donde los alumnos informarán de manera individual o grupal a la clase.

Esta metodología ayudaría a los profesores a la integración de la modelización y la tecnología para el diseño de actividades didácticas de contenido algebraico escolar.

Finalmente, este estudio abre posibilidades para continuar indagando acerca de las potencialidades de la modelización en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, con el apoyo de tecnología; donde el docente pueda contrastar la realidad de su práctica con posibles perspectivas de cambio favorable hacia logros cognitivos y actitudinales en el aula de matemáticas.

Tabla 1. Acciones tomadas en el proceso de modelización, por los profesores en formación

Participantes / Modelización	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a. Identificación de condiciones inesperadas	x			x	x	x			x	
b. Relevancia de las condiciones consideradas	x	x	x		x		x		x	x
c. Justificación de la relevancia de las condiciones	x		x		x		x		x	x
d. Complejidad de las condiciones	x	x	x		x	x	x	x	x	x
e. Relación entre las variables consideradas en el problema generado a partir de la situación dada		x	x	x	x	x	x		x	x
f. Dificultad del problema matemático a partir del modelo obtenido	x	x	x	x	x				x	x
g. Generación de problemas a partir de la situación dada			x		x	x	x	x	x	
h. Comparación y ajuste de modelos			x	x	x				x	

Referencias

Castro, E. & Castro E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria.* Barcelona, España: Horsori.

Galbraith, P., Blum, W., Booker, G. & Huntley, I.D. (1998). *Mathematical Modelling. Teaching and Assessment in a Technology-Rich World.* Chichester, Inglaterra: Horwood Publishing

Ikeda, T. (1997). A case study of instruction and assessment in mathematical modelling – 'the delivering problem'. En S.K. Houston, W. Blum, I. Huntley y N.T. Neill (Eds.), *Teaching and learning mathematical modelling* (pp.51-61). Chichester, Inglaterra: Albion Mathematics and Applications Series.

Kaiser, G. & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *ZDM Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(2)*, 196-208.

Niss, M., Blum, W. & Huntley, I. (1991). *Teaching and Mathematical Modelling and Applications.* Chichester, UK: Ellis Horwood Limited.

Niss, M., Blum, W. & Galbraith, P. (2007). Introduction. En W. Blum, P. Galbraith, H.W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics education (The 14th ICMI Study).* New York: Springer.

Ortiz, J. (2000). *Modelización y calculadora gráfica en la formación inicial de profesores de Matemática.* Granada: Universidad de Granada.

Ortiz, J., Rico, L. & Castro, E. (2007). Organizadores del Currículo como Plataforma para el Conocimiento Didáctico. Una Experiencia con Futuros Profesores de Matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias, 25(1),* 21-32.

Ortiz, J., Rico, L. & Castro, E. (2008). La enseñanza del Álgebra Lineal utilizando modelización y calculadora gráfica. Un Estudio con Profesores en Formación. *PNA 2(4),* 181-189.

Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria.* Barcelona: Horsori.

Swetz, F. & Hartzler, J. S. (1999). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum. A resource guide of classroom exercises.* Reston, VA: NCTM.