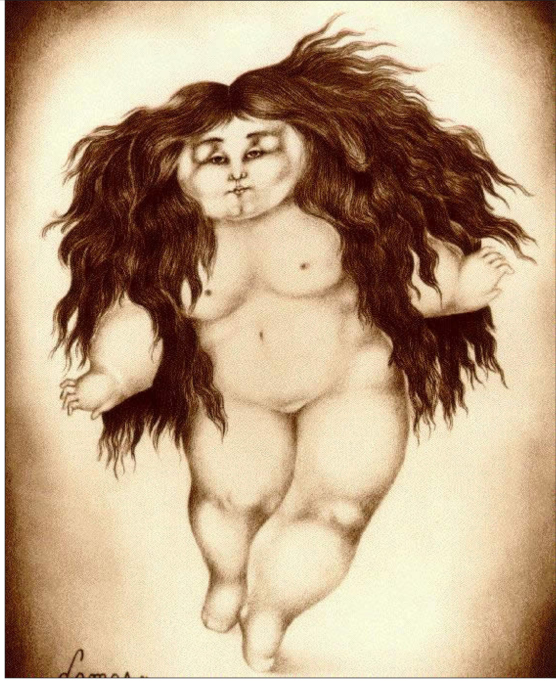
Conceptualización acerca del perímetro, área y volumen en tres alumnos universitarios

Marelly E. Manotas Mercado
Carlos Javier Rojas Álvarez



Enrique Lamas. *Virgo*,1990. Lápiz sobre cartón, 34 x 46 cms.
(De la serie del Horóscopo)

zona próxima

Revista del Instituto
de Estudios en Educación
Universidad del Norte

nº 9 diciembre, 2008
ISSN 1657-2416

MARELLY E. MANOTAS MERCADO
ESPECIALISTA EN EDUCACIÓN. PROFESORA DEL COLEGIO DISTRITAL HOGAR MARIANO.
marinotas7@gmail.com

CARLOS JAVIER ROJAS ÁLVAREZ
MAGÍSTER EN EDUCACIÓN. PROFESOR DEL DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS, UNIVERSIDAD DEL NORTE.
crojas@uninorte.edu.co
Correspondencia: Universidad del Norte, Km 5 vía a Puerto Colombia, A.A. 1569, Barranquilla (Colombia).

RESUMEN

El objetivo de este estudio es analizar la conceptualización que tienen tres alumnos acerca del perímetro, área y volumen para determinar en qué estadio del desarrollo de la comprensión del proceso de medida, según Piaget, se encuentra cada uno de estos estudiantes.
Se aplicó un cuestionario, en el primer semestre académico del 2007, a un grupo de alumnos de segundo semestre de Diseño Industrial. Los tres alumnos se seleccionaron porque presentaron dificultades en la comprensión de los temas tratados en la asignatura de Cálculo.
Se encontró que los sujetos estudiados no se encuentran en el estadio superior de desarrollo de comprensión de la medida; esto es un obstáculo para la solución de problemas de cálculo, relacionados con perímetro, área y volumen.

PALABRAS CLAVE: Perímetro, área, volumen, estadio de desarrollo.

ABSTRACT

This article shows the results of a study aiming at analyzing the conceptualization about perimeter, area and volume constructed by three university students in order to determine the development stage of comprehension of the process of measure of them, according to Piaget's theory.
A questionnaire was applied to a group of students of the second semester of Industrial Design, in the first academic semester of 2007. Three students were selected because they presented difficulties in the comprehension of the topics treated in Calculation subject.
Results show that the target subjects are not in the high stage of development of comprehension of measure. This is an obstacle for solving calculation problems, in relation to perimeter, area and volume topics.

KEY WORDS: Perimeter, area, volume, level of development.

FECHA DE RECEPCIÓN: 28 DE AGOSTO DE 2008
FECHA DE ACEPTACIÓN: 3 DE NOVIEMBRE DE 2008

Introducción

El estudio de la geometría intuitiva en los currículos de las matemáticas se había abandonado como una consecuencia de la adopción de la "matemática moderna" (MEN, 1998). Esto ha traído como consecuencia que los alumnos tengan serias dificultades en las asignaturas de matemáticas en los primeros semestres universitarios (pre-cálculo, cálculo diferencial, etc.), especialmente en los tópicos relacionados con perímetro, área y volumen. Un estudio hecho por el Grupo Educación Matemática (1990) reveló que para las universidades reportadas, la mortalidad promedia para el primer semestre podría estimarse entre 45% y 50%.

En Cálculo Diferencial, por ejemplo, a la mayoría de los alumnos se les dificulta modelar funcionalmente un problema de optimización relacionado con el perímetro, el área o el volumen, además confundir las unidades.

Es por todo lo anterior que decidimos analizar las respuestas a un cuestionario sobre área, perímetro y volumen dadas por tres alumnos que tuvieron dificultades en aprobar la asignatura Introducción al Cálculo.

Marco teórico

Dickson L., Brown M. y Gibson O. (1991) hacen un resumen general de los cinco estadios de desarrollo de la comprensión del proceso de medida en el niño, que Piaget y sus colaboradores establecieron en sus investigaciones. Los estadios son:

- Estadios iniciales (1^er^ o 2º año de pre-escolar). El niño en este estadio no da muestras de captar la idea de conservación. Sus juicios se basan en una única característica perceptual. Los juicios sobre área y volúmenes se fundan por lo común en la máxima dimensión lineal ("es más grande porque es más largo"). No exhibe comprensión de la idea de reiteración de una unidad o de subdivisión de ésta en secciones de igual tamaño.

- Estadio en que comienza a emerger la conservación y la transitividad (6 ó 7 años). El niño en este estadio todavía no puede comprender la necesidad de que las unidades de medida sean todas del mismo tamaño.

- Estadio caracterizado por el inicio de la conservación operacional y la transitividad. (7 u 8 años). El niño en este estadio empieza a apreciar la medición bidimensional en el sentido de área encerrada en un contorno.

- Estadio en que se capta la idea de unidad de medida más pequeña que el objeto que hay que medir (8-10 años). El niño alcanza a captar la idea de medición por recubrimiento mediante unidades más pequeñas del objeto que hay que medir. Hasta el momento, el desarrollo de los conceptos de medida lineal, superficial y de capacidad han tenido lugar concurrentemente; sin embargo, la medida del volumen, entendida como cantidad de espacio ocupado por un objeto determinado, va rezagada; así sucede porque no es posible cubrir o llenar con unidades de medida dicho espacio ocupado.

- La etapa final en el desarrollo de las nociones de medida (11 ó 12 años). Esta etapa es la que Piaget denomina pensamiento operacional formal. El niño que alcanza este estadio es capaz de medir áreas y volúmenes mediante cálculos basados en las dimensiones lineales.

Piaget y sus colaboradores concluyeron que las dos operaciones fundamentales de las que depende el proceso de la medida son la conservación y la transitividad (Del Olmo, M.; Moreno, M. y Gil, F., 1993). Obviamente, los resultados de sus investigaciones han proporcionado una base para el debate y la necesidad de posteriores investigaciones. Sin embargo, para el presente estudio seleccionamos como base teórica las conclusiones de Piaget y las observaciones de otros investigadores.

En sus estudios, Piaget les colocaba diferentes tareas a los sujetos de acuerdo al objetivo que perseguía. En el siguiente cuadro 1 presentamos un resumen de los objetivos y las conclusiones con respecto al área que servirán de base para explicar los resultados:

Cuadro 1

Objetivos y conclusiones acerca del área

Estadio	Objetivo	Conclusiones
1 (hasta los 5 años)	Conservación de la superficie de perímetro cerrado frente a reestructuraciones.	Los niños creen que la superficie cambia con la forma.
	Medición de superficies por iteración.	Los niños manifiestan sólo consideraciones perceptuales.
2 a (hasta los 6 años)	Conservación de la superficie de perímetro cerrado frente a reestructuraciones.	Los niños creen que la superficie cambia con la forma.
	Medición de superficies por iteración.	Los niños manifiestan sólo consideraciones perceptuales.
2 b (hasta los 7 años)	Conservación de la superficie de perímetro cerrado frente a reestructuraciones.	Efectúan juicios verdaderos, pero son incapaces de generalizar.
	Medición de superficies por iteración.	Cuando dos figuras planas tienen un borde común, el niño afirma que son equivalentes.

Continúa...

3 a (7 años en adelante)	Conservación de la superficie de perímetro cerrado frente a reestructuraciones.	Comprenden la conservación de la superficie cuando se redistribuyen las partes o se altera la forma. Sin embargo, no comprende el concepto de unidad de medida.
	Medición de superficies por iteración.	Deja de considerar que dos figuras planas con un borde común son equivalentes cuando se les señala el error.
3 b	Conservación de la superficie de perímetro cerrado frente a reestructuraciones.	Igual que la del 3 a.
	Medición de superficies por iteración.	Entre varias opciones de unidad de medida, selecciona una como patrón.
4	Medición de superficies por iteración.	Pasan de la longitud a la superficie por multiplicación aritmética.

Adaptado de Del Olmo M; Moreno M. y Gil F., 1993

Se han colocado las edades sugeridas por los autores; sin embargo, aclaramos que éstas no son uniformes para distintos individuos y por lo tanto son relativas.

Otros investigadores han llegado a algunas conclusiones, entre las cuales tenemos:

- Hart K. (1984), citado por Del Olmo, M.; Moreno, M. y Gil, F. (1993), cuestiona la secuencia, prácticamente aceptada, de la conservación de la longitud, área y volumen. Propone experiencias parecidas a las clásicas a niños y en sus resultados destaca que el 70 por 100 de los niños que no conservan la longitud, pueden conservar el área y el 70 por 100 de los que no pueden conservar el área, pueden conservar la longitud. De esa forma, parece que una capacidad no es requisito para la otra.
- La confusión perímetro y área. El hecho de que dos figuras tengan la misma área induce a algunos niños a creer que tienen el mismo perímetro. Vinh-Bang y Lunzer, (citados por Del Olmo, M.; Moreno, M. y Gil, F., 1993), estudian también las reacciones de los niños ante una serie de rectángulos que tienen el mismo perímetro y apariencias muy diferentes. Los niños pequeños se dejan llevar por su percepción y estiman que los perímetros han de ser diferentes; carecen de un “mecanismo” de compensación que no se presenta hasta los 8 o 10 años.

Objetivo

Describir las concepciones que tienen tres alumnos universitarios acerca del perímetro, el área y el volumen.

Método

Tipo de investigación

El tipo de investigación seleccionado para el estudio es el descriptivo.

Sujetos

Los sujetos que participaron fueron tres alumnos de segundo semestre con las siguientes características:

- Dos sujetos masculinos de 19 y 20 años, respectivamente.
- Un sujeto de género femenino de 18 años.

Instrumentos

Para realizar el estudio se aplicó el siguiente cuestionario:

1) ¿Cuál de las dos figuras tiene mayor área? R/_________.
¿Por qué? R/__________.
¿Y cuál tiene mayor perímetro? R/__________.
¿Por qué? R/___________________.

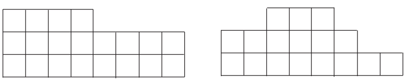


Figura 1 **Figura 2**

2) ¿Cuál de las dos figura tiene mayor perímetro? R/_____.
¿Por qué? R/__________.
¿Y mayor área? R/_________.
¿Por qué? R/____________________.

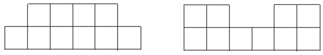
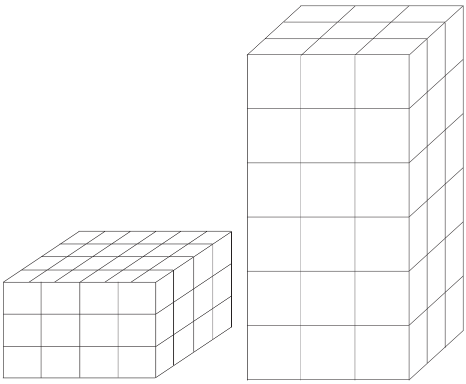


Figura 1 **Figura 2**

3) Los siguientes bloques han sido construidos juntando cubos pequeños. ¿Cuántos cubos contiene el primer bloque?
R/______.
¿Y el segundo?
R/________________.
¿Cuál tiene mayor volumen?
R/_______.
¿Por qué? R/___________________.



Resultados

Las respuestas que dieron los tres sujetos aparecen en letras cursivas.

Las respuestas a las preguntas por el sujeto masculino de 19 años fueron:

1) ¿Cuál de las dos figuras tiene mayor área? R/ Fig 1. ¿Por qué? R/ Porque su base es mayor que la de la figura 2.
¿Y cuál tiene mayor perímetro? R/

Fig 2 ¿Por qué? R/ Porque tiene más lados.

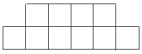
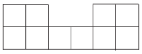



Figura 1 **Figura 2**

2) ¿Cuál de las dos figura tiene mayor perímetro? R/ Fig 2. ¿Por qué? R/ Porque tiene mayor número de lados.
¿Y mayor área? R/ (No respondió). ¿Por qué? R/ (No respondió).

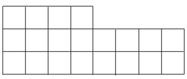
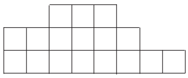
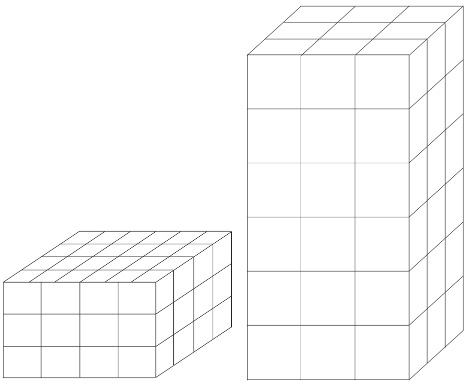



Figura 1 **Figura 2**

3) Los siguientes bloques han sido construidos juntando cubos pequeños. ¿Cuántos cubos contiene el primer bloque? R/ 88. ¿Y el segundo? R/ 90 ¿Cuál tiene mayor volumen? R/ Bloque 1. ¿Por qué? R/ V = bhL = 6.3.4 = 72

<u>88</u>	<u>90</u>
24	36
36	36
48	18



Las respuestas del sujeto masculino de 20 años fueron:

1) ¿Cuál de las dos figuras tiene mayor área? R/ Fig 1. ¿Por qué? R/ Porque su perímetro está distribuido de tal forma que se maximiza el área.
¿Y cuál tiene mayor perímetro? R/ Iguales. ¿Por qué? R/ En ambos se encierran la misma cantidad de cuadros.

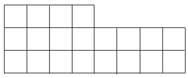
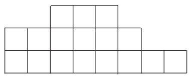



Figura 1 **Figura 2**

2) ¿Cuál de las dos figura tiene mayor perímetro? R/ Fig 2. ¿Por qué? R/ Se encierra mayor número de cuadros.
¿Y mayor área? R/Iguales. ¿Por qué? R/ Solamente se están encerrando de diferente forma.

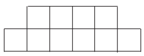
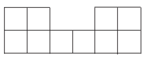
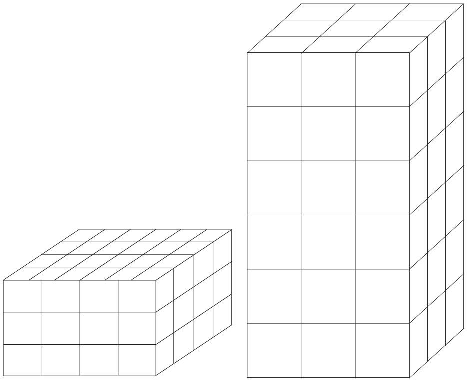



Figura 1 **Figura 2**

3) Los siguientes bloques han sido construidos juntando cubos pequeños. ¿Cuántos cubos contiene el primer bloque? R/ 72 cubos. ¿Y el segundo? R/ 54. ¿Cuál tiene mayor volumen? R/ El bloque No.1. ¿Por qué? R/ Porque A pesar de ser menos alto posee mayores dimensiones.



Las respuestas del sujeto femenino de 18 años fueron:

1) ¿Cuál de las dos figuras tiene mayor área? R/Fig 1. ¿Por qué? R/ (No respondió)
¿Y cuál tiene mayor perímetro? R/ Fig 2. ¿Por qué? R/ lo que rodea el área es mayor.

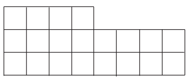


Figura 1

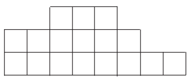


Figura 2

2) ¿Cuál de las dos figura tiene mayor perímetro? R/ Fig 1 y 2. ¿Por qué? R/ el perímetro es igual.
¿Y mayor área? R/ fig 1 y 2. ¿Por qué? R/ el área es igual, diferente distribución.

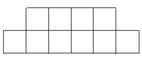


Figura 1

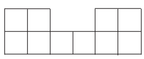
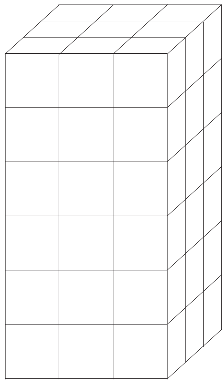


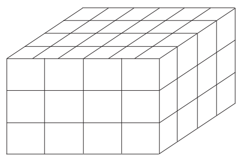
Figura 2

3) Los siguientes bloques han sido construidos juntando cubos pequeños. ¿Cuántos cubos contiene el primer bloque? R/ 72. ¿Y el segundo? R/ 54. ¿Cuál tiene mayor volumen? R/ Primer bloque. ¿Por qué? R/ Tiene mayor cantidad de cubitos.

6.3.3



4.6.3



El análisis de las respuestas dadas por los alumnos está en el siguiente cuadro 2:

Cuadro 2
Análisis de las respuestas

PREGUNTA	SUJETOS		
	Masculino 19 años	Masculino 20 años	Femenino 18 años
1	A pesar de que la figura No.1 es la que tiene mayor área, su justificación es la de un sujeto que está en el estadio inicial de pensamiento métrico (su juicio se basa primordialmente en una única característica perceptual). Respecto al perímetro el sujeto no evidencia la conservación del mismo e igualmente se basa en una única característica perceptual.	La primera respuesta de este sujeto es correcta, pero su justificación no lo es porque expresa que el área depende del perímetro. Con respecto al perímetro el sujeto evidencia tener conservación del mismo, pero confunde el perímetro con la cantidad encerrada de cuadros.	Este sujeto en la primera pregunta responde correctamente, pero no justifica su respuesta. No tiene conservación del perímetro.
2	A pesar de que la figura 2 es la que tiene mayor perímetro, su argumento es igualmente el de un sujeto que está en el estadio inicial del pensamiento métrico.	Con respecto a la segunda pregunta el sujeto da respuesta correcta, pero nuevamente evidencia que confunde el perímetro con el área. Manifiesta conservación del área.	En esta respuesta el sujeto muestra que no tiene claro el concepto de perímetro. Tiene conservación del área.
3	El sujeto no relaciona el volumen con la cantidad de cubos que conforman el sólido. No tiene capacidad de abstracción para contar los cubos que no se ven.	Este sujeto tiene capacidad de abstracción para contar los cubos que no se ven. Establece que el volumen es la cantidad de cubos que tiene cada sólido. Sin embargo, su justificación es parcialmente correcta.	Este sujeto tiene el concepto de que el volumen es la cantidad de cubos que contiene el sólido y aritmetiza el volumen correctamente.

Conclusiones

- Los sujetos estudiados no están en los estadios superiores de desarrollo de la comprensión del proceso de la medida según Piaget; esto representa un obstáculo para la solución de problemas de cálculo diferencial, en donde confluyen aspectos geométricos y aritméticos.

- Se confirma la tesis de Hart K. (1984), citado por Del Olmo, M.; Moreno, M. y Gil, F. (1993), quien cuestiona la secuencia, prácticamente aceptada, de la conservación de la longitud, área y volumen, ya que el sujeto femenino tiene conservación de área, pero no de perímetro.

- En el presente estudio también se evidenció la confusión entre área y perímetro, problema muy frecuente en la escuela.

- El tratamiento de la magnitud en la medida no debe ser aritmetizado, pues favorece exclusivamente la memoria, sino deben tomarse como pretexto las situaciones problémicas de la vida cotidiana para que el estudiante asimile de forma directa los conceptos pertinentes.

Referencias

DEL OLMO, M., MORENO, M. y GIL, F. (1993) Superficie y volumen: ¿Algo más que el trabajo con fórmulas? Madrid: Síntesis.

DICKSON, L., BROWN, M. y GIBSON, O. (1991).
El aprendizaje de las matemáticas. Barcelona: Labor.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, MEN. (1998)
Matemáticas: Lineamientos curriculares. Bogotá, DC: Magisterio.

GRUPO EDUCACIÓN MATEMÁTICA (1990).
El problema del bajo aprovechamiento estudiantil en los primeros cursos universitarios de Matemáticas. Matemáticas: Enseñanza Universitaria, *1 (1)*, 51-58.