

# Influencia de la tecnología en el aprendizaje de cálculo diferencial y estadística descriptiva

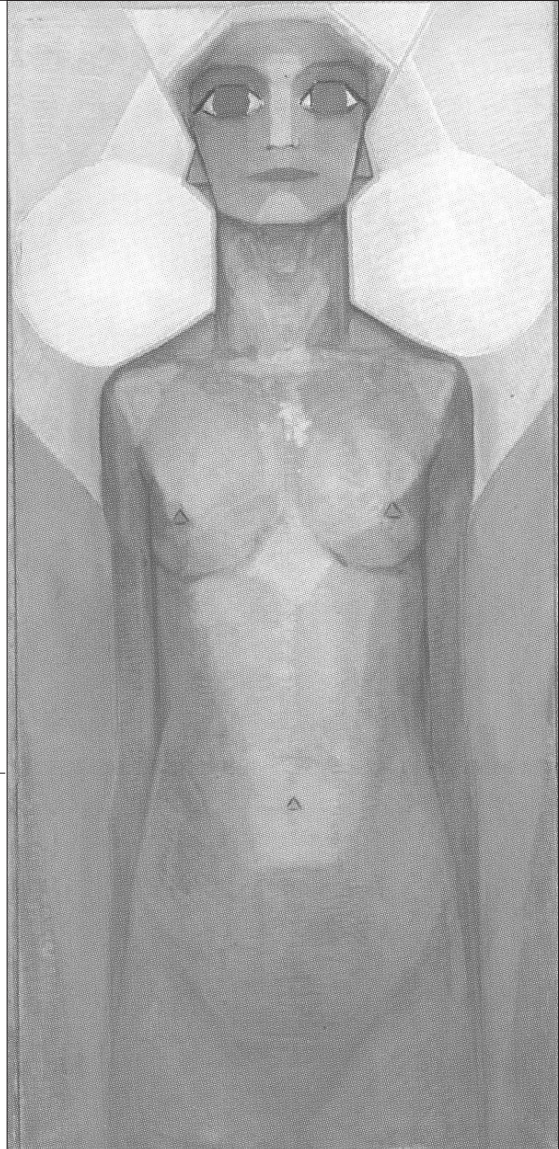
Rafael Escudero Trujillo  
Humberto Llinás  
Virgilio Obeso  
Carlos Rojas

zona próxima

Revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación  
Universidad del Norte

n° 6, diciembre, 2005  
ISSN 1657-2416

zona próxima



Mondrian, P. *Evolución*, 1911, p. 29

**RAFAEL ESCUDERO TRUJILLO**  
UNIVERSIDAD DEL NORTE, BARRANQUILLA (COLOMBIA)  
(rescude@uninorte.edu.co)

**HUMBERTO LLINÁS**  
UNIVERSIDAD DEL NORTE, BARRANQUILLA (COLOMBIA)  
(hllinas@uninorte.edu.co)

**VIRGILIO OBESO**  
UNIVERSIDAD DEL NORTE, BARRANQUILLA (COLOMBIA)  
(vobeso@uninorte.edu.co)

**CARLOS ROJAS**  
UNIVERSIDAD DEL NORTE, BARRANQUILLA (COLOMBIA)  
(crojas@uninorte.edu.co)

RESUMEN

En este artículo se presentan los resultados de la investigación "La influencia de la tecnología en el aprendizaje de las asignaturas Cálculo Diferencial y Estadística Descriptiva en estudiantes del ciclo básico de Ingeniería". Para ello se utilizó un diseño cuasiexperimental con grupos de control y experimental con aplicación sólo de un postest. Se utilizaron los programas Derive y Statgraphics en Cálculo Diferencial y Estadística Descriptiva, respectivamente. Se encontró que en los grupos experimentales en los cuales se enseñó a los estudiantes con el Derive y el Statgraphics (N = 25 y N =25) tuvieron un ligero mejor desempeño que los estudiantes de

los grupos de control (N = 22 y N = 16) que realizaron el curso sin el uso de estos programas. Estadísticamente no se halló una diferencia significativa.

PALABRAS CLAVE: Diseño cuasiexperimental, grupo de control, grupo experimental, pensamiento matemático, mediación cognitiva.

ABSTRACT

This article shows the results of the research: The influence of technology on learning of Differential Calculus and Descriptive Statistics in students of Engineering Basic Cycle. In order to achieve this aim, a quasi experimental design with control and experimental group and only one post test application was used. The Derive program was used in Differential Calculus, and the Statgraphics in Descriptive Statistics.

It was found that experimental groups, in which students were taught with Derive and Statgraphics (N= 25 and N=25), had a slight better performance than that of students in control groups (N=22 and N=16) who were taught without using these programs, but there was not a statistically significant difference.

KEY WORDS: Quasi experimental design, control group, experimental group, mathematical thought, cognitive mediation.

## Introducción

Uno de los mayores problemas que tiene que confrontar actualmente el educador matemático son las formas convencionales de hacer matemáticas con aquellas que buscan el desarrollo de los procesos matemáticos y de pensamiento matemático utilizando mediadores cognitivos (Fiallo, 2004). Las investigaciones recientes (Camargo, 2003), (Lupiañez y Moreno, 2001), (Barrera y Santos, 2000) y (Schoenfeld, 1994) dan cuenta, en su mayoría, de las bondades de los recursos computacionales como mediadores valiosos para que los maestros, con sus alumnos, generen clases más dinámicas y puedan aprovechar los diferentes sistemas de representación que se pueden obtener con los programas computacionales. Sin embargo, la mayoría de estos estudios se quedan cortos en establecer las diferencias significativas desde el punto de vista estadístico, entre la utilización de un programa computacional para el aprendizaje de las matemáticas y el aprendizaje de las matemáticas sin el uso de ese programa computacional. Como un aporte al ya buen número de estudios cualitativos sobre el uso de nuevas tecnologías en los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, se expone en lo que sigue un diseño cuasiexperimental que contribuya a enriquecer el marco

conceptual y metodológico de la influencia de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas, específicamente, del Cálculo Diferencial y de la Estadística Descriptiva.

## Revisión de literatura

A mediados del siglo pasado surgieron, en el panorama internacional, los estudios iniciales que proponían discutir resultados de la investigación educativa en el campo de las matemáticas (Rojano y Moreno, 2002). Las primeras investigaciones estuvieron orientadas hacia los llamados errores de comprensión, lo que determinó diseñar estrategias que permitieran superar las deficiencias atribuidas a los métodos de enseñanza. Desde esta perspectiva, el enfoque tenía como hipótesis básica una concepción del conocimiento matemático según la cual el significado de un enunciado es único y en consecuencia la comprensión está en función de la transmisión (Moreno, 2000).

Sin embargo, se sabe que los estudiantes desarrollan formas de conocimientos que no coinciden necesariamente con el conocimiento escolar oficial, lo cual está en contraposición con la supuesta empatía transmisión-recepción del conocimiento. Las concepciones iniciales sobre el conocimiento, basadas en el modelo de transmisión-recepción mecánica, se vieron

fuertemente cuestionadas por el constructivismo epistemológico y sus versiones educativas. Debido al auge de la tecnología con el advenimiento de toda su instrumentación: videos, televisión, televisión por cable, Internet, entre otros, los alumnos reciben más información de los medios visuales que de los convencionales que se utilizan en las instituciones escolares (Helms y Helms, 1992).

Por otro lado, la presencia de los instrumentos computacionales en la Educación Matemática, ponen en evidencia las investigaciones de Wertsch (1993) que reafirman la tesis: "Toda acción cognitiva es una acción mediada por instrumentos materiales o simbólicos". Entonces, desde esta percepción se considera que para lograr un aprendizaje significativo de las matemáticas, los estudiantes deben interactuar con los distintos sistemas de representación de los objetos matemáticos y no solo desde la óptica del experto matemático que si bien es cierto representa a la comunidad científica de matemáticos, no quiere decir que así van a aprender todos sus alumnos.

El uso de la tecnología en la Educación Matemática, como apoyo o mediación cognitiva para procurar un desarrollo de los procesos y pensamiento matemático, se constituye hoy en una valiosa alternativa para asociar los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas con el rigor de la asignatura, pero también con procesos

culturales y sociales de los cuales esta materia no está y no ha estado aislada. El uso de los recursos tecnológicos promueve a que se conciba la matemática como una actividad que socialmente se debe compartir sin descuidar su característica de ciencia formal o exacta para lograr así un aprendizaje significativo (Novak y Govin, 1988). En el marco de considerar el uso de nuevas tecnologías como herramientas cognitivas valiosas para los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas se han desarrollado en los últimos años investigaciones que recogen esta tendencia pero muy recargadas a los diseños cualitativos.

Como una manera de contribuir al marco conceptual y metodológico en este tipo de estudios, se presenta el posterior trabajo que tuvo como objetivo verificar la siguiente hipótesis:

Hipótesis: Los estudiantes que recibieron los cursos de Cálculo Diferencial y Estadística Descriptiva con el uso de los programas Derive y Statgraphics, respectivamente, tenían mejor desempeño académico que los alumnos que recibieron los mismos cursos sin el uso de los programas Derive y Statgraphics.

## **Metodología Sujetos**

La muestra para este estudio estuvo conformada por dos cursos de Cálculo Diferencial de 33 y 28 estudiantes, respectivamente, del ciclo básico

de Ingeniería de la Universidad del Norte, y por dos cursos de Estadística Descriptiva de 36 y 22 alumnos de los programas de Administración de Empresas y Economía. Los grupos estuvieron matriculados en el primer semestre del 2004. Los cursos eran de característica mixta y asignados por la Universidad aleatoriamente a los profesores que participaron en la investigación.

### Instrumentos

Tanto en Cálculo Diferencial como en Estadística Descriptiva, se utilizó un postest para determinar la influencia de la tecnología en el aprendizaje de estas asignaturas.

- El instrumento que se utilizó en Estadística fue un test de 10 ítems con una valoración de 0,5 para cada respuesta correcta. El test fue validado por el grupo de profesores del Departamento de Matemáticas que tenían a su cargo la asignatura de Estadística Descriptiva. El programa computacional que

se utilizó en el Laboratorio de Matemáticas para las prácticas con el grupo experimental fue el Statgraphics.

- En Cálculo Diferencial se construyó un test de 15 ítems con valoración mínima de 0 y valoración máxima de 5. El test inicial constaba de 20 preguntas las cuales se sometieron a una prueba piloto y de validación por los profesores del Departamento de Matemáticas que trabajaron en la asignatura de Cálculo Diferencial. Finalmente, el test que se aplicó quedó de 15 preguntas. En Cálculo Diferencial se utilizó el programa computacional Derive y la Calculadora de Gráficas Voyage TI- 200.

### Diseño

El diseño utilizado para este estudio en ambas asignaturas fue: Diseño grupo experimental, grupo control y mediciones sólo "después" (Briones, 1998) cuyo esquema se presenta a continuación:

**Tabla 1:** Diseño grupo experimental - control y mediciones sólo después

Grupo	Asignación	Tratamiento	Postest	Comparación
Experimental	Al azar	X	O <sub>1</sub>	Promedio Postest
Control	Al azar	No	O <sub>2</sub>	Promedio Postest

## Procedimiento

A los grupos experimentales tanto de Cálculo como de Estadística se les aplicó el tratamiento que consistía en usar el software Statgraphics para desarrollar los temas de Estadística Descriptiva y el uso del software Derive o la calculadora de gráficas Voyage TI-200, para el desarrollo de los temas del Cálculo Diferencial. Mientras que a los cursos seleccionados como de control se les impartieron las clases sin utilizar los programas computacionales arriba mencionados. En Estadística, como en Cálculo, el grupo experimental lo atendió un profesor distinto del que se encargó del grupo de control.

Los estudiantes de Estadística del grupo experimental asistieron dos veces al Laboratorio de Matemáticas (es decir, dos secciones de una hora cada una bajo la supervisión del profesor encargado de la asignatura). En cada una de estas clases el profesor solicitó abrir los archivos de la base de datos. Estos se analizaban con ayuda del Statgraphics y de unas guías de trabajo que los alumnos debían tener previamente. El papel del docente en la clase experimental era el de orientar y guiar el análisis. Aparte de las dos horas de trabajo en el Laboratorio, los estudiantes tuvieron que visitar el mismo, sin la orientación del profesor, con el fin de desarrollar actividades propuestas en clases anteriores. A finales de la cuarta semana de clases se aplicó el postest.

En Cálculo Diferencial los estudiantes del grupo experimental fueron 16 veces (es decir, 15 sesiones de una hora cada una, y una de inducción) al Laboratorio bajo la supervisión del profesor encargado de la asignatura y con guías elaboradas por él para que los estudiantes desarrollaran actividades de acuerdo con los temas estudiados en clase y, en muchas ocasiones, en el mismo Laboratorio. Las guías eran desarrolladas por los alumnos y hacían parte de la evaluación de cada parcial. Al final de la última semana de clase se aplicó el postest.

## Formulación de las hipótesis estadísticas

Para determinar si existía diferencia significativa entre las medias poblacionales del grupo experimental (que se simbolizará por  $Me$ ) y del grupo de control (que se simbolizará por  $Mc$ ) en ambas asignaturas, se formularon las siguientes hipótesis estadísticas:

**Hipótesis nula:  $Me = Mc$  vs  
Hipótesis alternativa:  $Me \neq Mc$ .**

Para probar estas hipótesis se utilizó una prueba estadística para comparación de medias (primero, la prueba  $t$  y, luego, por razones que más adelante explicaremos, la prueba de Wilcoxon de suma de rangos). Para el cálculo del análisis estadístico se utilizó el paquete Statgraphics.



## Resultados en estadística descriptiva

Solo presentaron la prueba de la posttest 25 estudiantes de los 36 del grupo experimental, y 16 del grupo de control.

## Medidas estadísticas

Las medidas estadísticas obtenidas a partir del posttest para ambos grupos en Estadística se encuentran en la tabla 2.

Estadística Descriptiva con respecto del grupo control en donde no se utilizó la tecnología, se pensó aplicar la prueba t de Student para la comparación. Para poder aplicar dicha prueba, se deben verificar inicialmente tres supuestos:

- Si ambos conjuntos de datos provienen de poblaciones con distribución normal.
- Si hay diferencia significativa o no entre los valores de las varianzas poblacionales de los dos grupos.

**Tabla 2:** Medidas descriptivas del grupo experimental y control en Estadística

Estadísticas	G. Experimental	G. Control
No. de Est (N)	25	16
Media	3.66667	3.52273
Mediana	3,5	3,75
Moda	3,0 y 3,5	4,0
Varianza	0,885714	0,84469
Desviación	0,0941124	0,919074
Nota mínima	1,0	1,5
Nota máxima	5,0	3,5
Rango	4,0	2,7
Primer Cuartil	3,0	3,0
Tercer Cuartil	4,5	4,0
Sesgo	- 0,541361	- 0,37681
Curtosis	0,356511	- 0,24765
Coef. Variación	25,667 %	26,0898 %

## Prueba t para la comparación de medias

Para determinar si la influencia del uso de la tecnología produjo una diferencia significativa en el aprendizaje de la

- Si los tamaños muestrales son menores que 30.

La tabla 3 muestra los resultados al aplicar las pruebas de normalidad.

**Tabla 3:** Resultados de las pruebas de normalidad en Estadística

Estadístico	G. experimental	P-valor	G. control	P-valor
Chi-Cuadrado	56.444	$2.25031 \times 10^{-7}$	33.5455	0,000220455
Shapiro-Wilks	0,939763	0,06504	0,94924	0,303167
Z para sesgo	0,995018	0,319726	0,56963	0,568926
Z para curtosis	0,672399	0,501327	- 0,0751984	0,940051

De acuerdo con los resultados anteriores ni los datos del grupo experimental ni los datos del grupo de control pueden ser adecuadamente modelados por una distribución normal, como se explica a continuación:

- En el experimental, porque el menor p-valor entre las pruebas desarrolladas es igual a  $2.25031 \times 10^{-7}$  (ver tabla 3) y este valor es menor que 0,01 lo que implica que estadísticamente se puede rechazar la idea de que los datos del grupo experimental provienen de una distribución normal con un 99% de confianza.
- En el grupo de control, el p-valor más pequeño entre las pruebas desarrolladas fue de 0,000220455 (ver tabla 3) que es menor que 0,01 lo que implica rechazar la idea de que los datos del grupo de control provengan de una distribución normal con un 99 % de confianza.

Por tanto, la prueba t de Student de comparación de medias no es estadísticamente aplicable porque

no se cumple uno de los supuestos exigidos para la validez de la prueba. Entonces, se recurrió a la prueba no paramétrica de Wilcoxon de la suma de rangos.

### Prueba de Wilcoxon de la suma de rangos

Para poder aplicar esta prueba se debe verificar si las distribuciones de ambas poblaciones son idénticas. Para ello se empleó la prueba de Kolmogorov-Smirnov con el siguiente resultado: p-valor=0,199976. Ya que este p-valor es mayor o igual que 0,05, podemos afirmar con una confianza del 95% que no hay diferencia estadísticamente significativa entre las distribuciones de ambas poblaciones. Por consiguiente, las condiciones estuvieron dadas para aplicar la prueba de Wilcoxon de la suma de los rangos, obteniéndose el siguiente resultado: p-valor=0,3174. Ya que este p-valor es mayor o igual que 0,05, podemos afirmar con una confianza del 95% que no hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias del grupo experimental y de control.



## Conclusiones del estudio en Estadística Descriptiva

A partir del resultado estadístico, se puede afirmar que no hubo diferencia significativa entre el rendimiento de los estudiantes que recibieron el curso de Estadística Descriptiva con el uso del programa Statgraphics y el rendimiento de los alumnos que recibieron el mismo curso sin el uso del programa Statgraphics.

## Resultados en Cálculo Diferencial Medidas estadísticas

Las medidas estadísticas descriptivas obtenidas a partir del postest para ambos grupos en Cálculo están en la tabla 4.

**Tabla 4:** Medidas descriptivas del grupo experimental y control en Cálculo

Estadísticas	G. Experimental	G. Control
No. de Est. (N)	25	22
Media	3,14	3,05455
Mediana	3,0	3,0
Moda	3,0	3,7
Media Geométrica	3,04924	2,96385
Varianza	0,5275	0,580693
Desviación	0,726292	0,762032
Error Estándar	0,145258	0,162466
Nota mínima	1,7	2,0
Nota máxima	4,3	4,7
Rango	2,6	2,7
Primer Cuartil	2,7	2,3
Tercer Cuartil	3,7	3,7
Rango Inter.	1,0	1,4
Sesgo	- 0,423299	0,298178
Sesgo Estándar	- 0,864056	0,570967
Curtosis	- 0,465748	- 0,746333
Curtosis Estándar	- 0,475352	- 0,71456
Coef. Variación	23,1303 %	24,9475 %
Suma de Notas	78,5	67,2

## Prueba t para la comparación de medias

Para determinar si la influencia (o el efecto) del uso de la tecnología tuvo una diferencia significativa en el aprendizaje del Cálculo Diferencial con respecto del grupo control en donde no se utilizó la tecnología se procedió a realizar la prueba t para comparación de medias. Antes, con el apoyo del paquete estadístico Statgraphics, verificamos los tres supuestos mencionados en la sección anterior. En la tabla 5 se muestran los resultados correspondientes a la prueba de normalidad.

## Prueba de Wilcoxon de la suma de rangos

Como se explicó en la sección anterior, esta prueba es válida si las distribuciones de ambas poblaciones son normales. Para ello, nuevamente se aplicó la prueba de Kolmogorov-Smirnov con el siguiente resultado:  $p\text{-valor}=0,262841$ . Ya que este  $p\text{-valor}$  es mayor o igual que 0,05, podemos afirmar con una confianza del 95% que no hay diferencia estadísticamente significativa entre las distribuciones de ambas poblaciones. Por consiguiente, se pudo aplicar la prueba de Wilcoxon, obteniéndose el

**Tabla 5:** Resultados de las pruebas de normalidad en Cálculo

Estadístico	G. Experimental	P-Valor	G. Control	P-Valor
Chi -Cuadrado	27,08	0,00446906	21,7273	0,0165559
Shapiro-Wilks	0,942886	0,181329	0,938455	0,182388
Z para sesgo	0,673909	0,500366	0,452915	0,650606
Z para curtosis	-0,414637	0,678404	-0,826563	0,408483

Como el  $p\text{-valor}$  más pequeño en ambos grupos es menor o igual que 0,01, podemos afirmar con una confianza del 99% de que no se puede rechazar la idea de que ambos grupos provengan de una población normal. Es decir, el supuesto de normalidad no se cumple y con ello la prueba t no es aplicable. Nuevamente, se tuvo que utilizar la prueba de Wilcoxon de la suma de rangos.

$p\text{-valor}=0,3174$ . Como este  $p\text{-valor}$  es mayor o igual que 0,05, podemos afirmar con una confianza del 95% que no hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias del grupo experimental y de control.

## Conclusiones del estudio en Cálculo Diferencial

Del resultado estadístico, se puede afirmar que no hubo diferencia significativa entre el rendimiento de

los estudiantes que recibieron el curso de Cálculo Diferencial con el uso del Derive y el rendimiento de los alumnos que recibieron el mismo curso sin el uso del Derive.

### Discusión y sugerencias

Aunque el estudio bajo el rigor estadístico no ofreció diferencias significativas del efecto de la tecnología en el aprendizaje del Cálculo Diferencial y de la Estadística Descriptiva con el apoyo del Derive, la calculadora de gráficas y programa Statgraphics en relación con los cursos que se desarrollaron sin el uso de la tecnología, la experiencia tiene otros valores agregados que no se recogen bajo los parámetros estadísticos inferenciales. Sin embargo, el estudio de las medidas descriptivas muestra una leve tendencia al mejoramiento del aprendizaje del Cálculo y de la Estadística cuando se utilizan los medios computacionales como herramientas o medios cognitivos. Se observó que las interacciones entre los estudiantes, los estudiantes y los medios, los estudiantes y el conocimiento matemático, los estudiantes y el profesor resultaron ser más evidentes. El Derive en Cálculo y el Statgraphics en Estadística, fueron pretextos para que los alumnos hicieran múltiples exploraciones y representaciones de los objetos matemáticos.

### Sugerencias

- Sería deseable continuar con este estudio y diseño teniendo la oportunidad de recurrir a la selección de una población más amplia.
- No se debe descuidar el rigor de la matemática en combinación con la tecnología como apoyo o herramienta para incidir positivamente en el aprendizaje de los estudiantes y en los procesos de desarrollo de pensamiento matemático.
- Desarrollar un diseño cuasi-experimental con pretest y postest.

### Referencias

- BARRERA, F. & SANTOS. L. (2000) Cualidades y procesos matemáticos en la implementación y solución de problemas: Un caso hipotético de suministro de alimentos. Proyecto de Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas en Colombia. Bogotá: MEN. Serie Memorias.
- BRIONES, G. (1998) La investigación social y educativa. Formación de docentes en investigación educativa Bogotá: Convenio Andrés Bello.
- CAMARGO, L. (2003) Un descubrimiento en clase de geometría. Tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas. Bogotá: MEN. Serie Memorias.
- FIALLO, J. (2004) Talleres para la formación de docentes en

el uso didáctico de nuevas tecnologías en la educación matemática. Bogotá: MEN. Serie Documentos.

HELMS, C. & HELMS, D. (1992)  
Multimedia in education (Report N° IR-016-090). Proceeding of 25<sup>th</sup> Summer conference of Association of small computer users in Education. North Myrtle Beach, Sc (Eric document).

LUPIAÑEZ, J. & MORENO, L. (2002)  
Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas. Bogotá: MEN. Serie Memorias.

MORENO, L. & ROJANO T. (2002)  
Educación Matemática: Investigación y Tecnología en el nuevo siglo. Bogotá: MEN. Serie Documentos.

NOVAK, J. & GOVIN, D. (1998)  
Aprendiendo a aprender. Barcelona: Martínez Roca.

SCHOENFELD, A. (1994)  
Reflections on doing and teaching mathematics. A. Schoenfeld (Ed),  
Mathematical thinking and problem solving. Hillsdale, N.J. Erlbaun.

WERTSCH, J. (1993)  
Voices of the mind: a sociocultural approach to meditated action. Cambridge: University Press.