

Factores de
escala y de
aprendizaje
de conceptos

Aníbal Mendoza Pérez

Zona
Próximas



HUNDERTWASSER, F. *La tierra de lina sobre los balcones*. 1969

ANÍBAL MENDOZA PÉREZ

DOCTOR EN EDUCACIÓN, CURRÍCULO Y ENSEÑANZA, UNIVERSIDAD DE
PUERTO RICO (RÍO PIEDRAS). MAGISTER EN EDUCACIÓN, UNIVERSIDAD
JAVERIANA - UNIVERSIDAD DEL NORTE. PROFESOR EN CIENCIAS BÁSICAS,
UNIVERSIDAD DEL NORTE

(amendoza@uninorte.edu.co)

<p>Este es un estudio teórico que tiene como propósito construir las bases conceptuales de una metodología de enseñanza que propicie los procesos de enseñanza - aprendizaje dialogante en el aula de clase. En este trabajo se describe un modelo matemático acerca de los factores de escala, el cual se tiene en cuenta para analizar una definición como es el caso del factor de viabilidad de una célula. Se toma como metáfora ésta para construir otra definición que se ha denominado factor de aprendizaje. Se relaciona esta definición con la teoría de equilibración de Piaget y la zona de desarrollo próximo de Vygotsky y se</p>	RESUMEN	
<p>buscan puntos comunes de estas tres definiciones con el propósito de propiciar en los enseñantes reflexiones críticas que ayuden a generar en sus aprendientes las transformaciones de sus esquemas cognoscitivos con miras a que logren la apropiación de conceptos, tal como los aceptan las comunidades científicas.</p> <p>PALABRAS CLAVE: Factor de viabilidad, factores de escala, factor de aprendizaje.</p> <p style="text-align: right; font-size: small;">FECHA DE RECEPCIÓN: JUNIO DE 2002</p>	ABSTRACT	<p>This article is a theoretical study aiming at building the rationale of a methodology which promotes dialoguing learning-teaching processes in classroom. In this work, a mathematical model of scale factors is described. It is used to analyze a definition: the viability factor of a cell. This is taken as a metaphor in order to construct another definition which I have called learning factor. This definition is related to Piaget's balancing theory and Vygotsky's proximal development zone. Common points in these three definitions are sought in order to promote critical reflections in teachers to produce the transformations of the learners' cognitive schemata for the appropriation of concepts as accepted by scientific communities.</p> <p>KEY WORDS: Viability factor, scale factor, learning factor.</p>

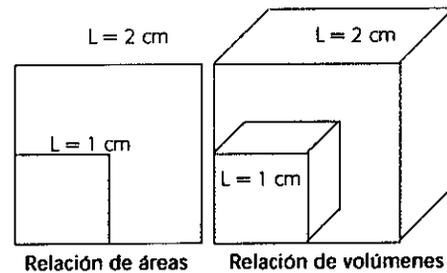
Introducción

En este trabajo se describe un modelo matemático acerca de los factores de escala y con base en una definición derivada de la biología denominada factor de viabilidad, defino el factor de aprendizaje, que nos permitirá reflexionar acerca de los procesos cognoscitivos que ocurren en una persona. Se relaciona esta definición del **factor de aprendizaje** con la teoría de equilibración de Piaget, así como con la definición de la zona de desarrollo próximo de Vygotsky. Finalmente se analizan puntos comunes que presentan estas definiciones, con el propósito de encontrar elementos conceptuales que propicien la reflexión crítica de los procesos cognoscitivos que acontecen en las acciones educativas de la enseñanza-aprendizaje.

Uno de los intereses fundamentales que me motiva en este estudio es relacionar las anteriores teorías psicológicas con una idea enmarcada en los procesos cognoscitivos de aprendizaje de los individuos. Al relacionar la metáfora del funcionamiento del aparato digestivo que usa Piaget para explicar la teoría de equilibración y la teoría sociocultural de Vygotsky, analizo en este estudio la aplicabilidad de las transformaciones cognoscitivas en los individuos con la definición que he denominado **factor de aprendizaje**. Análogo al uso que hizo Piaget del funcionamiento del aparato digestivo para explicar su teoría de equilibración,

se va a utilizar, para explicar en qué consiste el factor de aprendizaje de un individuo, la metáfora del factor de viabilidad, según definición dada por Cromer (1978, p. 13 y 14).

Factores de escala



Explicaremos a continuación en qué consisten los factores de escala:

Nuestro modelo matemático es sencillo, y comenzaremos explicándolo estableciendo el siguiente convenio de signos:

Sean L , A , V , respectivamente, la longitud de un segmento, el área de un cuadrado y el volumen de un cubo.

L' , A' , V' representan las anteriores figuras geométricas transformadas. k representa el factor de escala de medición.

Supongamos que tenemos un segmento de longitud L (por ejemplo 1 cm). Si duplicamos ese segmento, la longitud transformada es L' (2 cm). El factor de escala se establece como la razón $\frac{L'}{L} = k$. k es un número adimensional, e indica en este caso que la longitud L' es 2 veces la longitud L .

Si ahora construimos un cuadrado de lado L , su área será $A = L^2$. En nuestro caso particular, $A = 1\text{cm}^2$. Si duplicamos ahora la longitud del cuadrado de lado L , tendremos un nuevo cuadrado de área $A' = (L')^2$, luego $\frac{A'}{A} = l^2$. En nuestro caso particular, $l^2 = 4$, lo cual indica que la nueva área A' cuadruplica al área A .

Análogamente, si ahora construimos un cubo de lado L , su volumen V será L^3 , mientras que al construir un cubo con lado L' su volumen V' será $(L')^3$; luego $\frac{V'}{V} = l^3$.

Todo lo anterior lo podemos resumir diciendo que:

- La razón entre las longitudes nos da el factor de escala l .
- La razón entre las áreas nos da el factor de escala l^2 .
- La razón entre los volúmenes nos da el factor de escala l^3 .

El factor de viabilidad

Veamos qué sucede con las anteriores razones matemáticas aplicadas al crecimiento celular. Para ello consideraremos una célula en su proceso de crecimiento, y vamos a suponer que cuando está en su tamaño normal su radio es r y cuando

ha crecido un poco fuera de lo normal (célula gigante) su radio es r' .

El factor de escala de las células

gigantes con respecto a la normal es

$$\frac{r'}{r} = l$$

Ahora bien, como el volumen de la célula gigante es l^3 , el volumen de la célula normal, de acuerdo con nuestro modelo matemático, entonces la célula gigante tiene l^3 veces el material de metabolismo de la célula normal, y por lo tanto necesita por minuto l^3 veces el oxígeno y otras sustancias vitales que requiere la célula normal (por ejemplo, si la célula en su estado normal tiene un radio de 1 mm y en su estado gigante 2 mm, la célula gigante necesita 8 veces de las sustancias vitales que requeriría la célula normal).

Por otra parte, todas las sustancias vitales consumidas por las células deben pasar a través de la pared de la misma, de modo que la cantidad de las sustancias que puede obtener la célula por minuto es proporcional al área de la pared celular. En consecuencia, la célula gigante puede obtener a lo sumo l^2 veces las sustancias vitales que obtiene la célula normal. En nuestro ejemplo, la célula gigante puede obtener cuatro veces las sustancias que obtiene la célula normal.

Nuestra definición de factor de viabilidad FV para una célula la podemos presentar en la siguiente relación (Cromer, 1978, p. 13 y 14):

$$FV = \frac{\text{Máximo de sustancias vitales que puede obtener por minuto}}{\text{Cantidad de sustancias vitales que necesita por minuto}}$$

Aplicaremos esta definición al caso de una célula gigante **FVG** y relacionémosla con los factores de escala descritos anteriormente:

$$FVG = \frac{\text{Máximo de sustancias vitales que puede obtener la célula}}{\text{Cantidad de sustancias vitales que necesita la célula}} = \frac{1}{I}$$

Donde $FVG = \frac{1}{I}$ es el Factor de viabilidad de la célula normal.

Analicemos esta última expresión. Una célula normal o joven tiene un factor de viabilidad mayor que uno (1). La expresión muestra que cuando la célula crece, el factor de escala I también crece, lo que trae como consecuencia que su factor de viabilidad disminuye, aproximándose a uno (1). A fin de evitar la asfixia, la célula debe detener su crecimiento o dividirse. Por medio de la división, la célula gigante con un factor de viabilidad pequeño es reemplazada por dos células más pequeñas, cada una de ellas con un factor de viabilidad mayor.

El factor de aprendizaje

De la definición de factor de viabilidad FV derivamos la definición de factor de aprendizaje, FA . El numerador en esa definición habla de las sustancias vitales que puede obtener por minuto una célula. Relacionaremos estas sustancias vitales con los niveles o elementos de un concepto que una persona está en capacidad de asimilar, teniendo en cuenta qué esquemas o estructuras cognitivas posee en un

momento. La expresión del denominador nos habla de la cantidad de sustancias vitales que necesita la célula para poder seguir viviendo. Esto último lo podemos asociar con los niveles o elementos conceptuales que un ser humano necesita para poder transformar los esquemas que posea a un nivel de pensamiento superior.

Se define el factor de aprendizaje como la relación que existe entre las ideas u elementos de un concepto que una persona está en capacidad o puede asimilar, de acuerdo con la estructura cognoscitiva que posee en un cierto momento, y aquellos ideas u elementos del concepto que necesita o le hacen falta comprender para modificar su esquema conceptual a un nivel superior.

En síntesis, nuestra definición de factor de aprendizaje la podemos plantear como sigue:

Sea X = Los niveles o elementos conceptuales que el ser humano puede asimilar de acuerdo con los esquemas conceptuales que posee.

Sea Y = Los niveles o elementos conceptuales que necesita el ser humano para transformar el esquema.

Definimos
$$FA = \frac{X}{Y}$$

Por otra parte, también se puede

encontrar una relación matemática entre lo que el estudiante necesita y lo que pueda asimilar, es decir, una relación de Y como función de X, tal como se denotó anteriormente. Para ello, designamos por N un parámetro que indica el número de niveles o ideas que comprende el concepto. De acuerdo a como hemos definido Y, X y N se puede establecer que $Y = N - X$. En el caso particular en que X sea dos (2) y N igual a seis (6), entonces Y es igual a cuatro (4), por lo que el factor de aprendizaje es $FA = 0,5$.

De esta manera, el profesor puede utilizar la relación anterior para tabular lo que cada estudiante necesita, después de haber explorado lo que puede asimilar. De igual forma puede determinar el factor de aprendizaje de cada estudiante. Si queremos avanzar un poco más, podemos determinar a través de una rápida exploración en qué nivel de lo que se puede asimilar se encuentra el grupo de estudiantes de la clase y hallar, en consecuencia, lo que se necesita conocer y su factor de aprendizaje.

Relación entre la teoría de la equilibración y el desarrollo potencial con el factor de aprendizaje

Newman *et al.* (1989) consideran algunos procesos metodológicos acerca del desarrollo cognoscitivo a través de las interacciones sociales en el salón de clase, así como la realización de tareas en diferentes escenarios. Según esta metodología, la definición del desarrollo potencial de

Vygotski cobra fuerza al ser identificada en cada tarea que se le propone a los estudiantes, **la zona de construcción**, en la cual se propician los procesos intersubjetivos en varios escenarios, como elementos esenciales para generar los cambios cognoscitivos en los estudiantes.

Esta metodología que presentan estos autores se apoya en el pensamiento de Vygotski del desarrollo psicológico. Nos presentan varios trabajos que ilustran una manera de investigar en el enfoque cognoscitivo, a la luz de la definición de la zona de desarrollo próximo. Para tener una mejor comprensión de las ideas expuestas en este trabajo, al igual que de los elementos conceptuales que le dan apoyo a esta metodología de investigación, analizaremos en este sentido los elementos conceptuales de la teoría de Vygotsky.

Según Vygotsky (1960/1979, p. 133), se define la zona de desarrollo próximo como la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz.

En esta definición de la zona de desarrollo próximo está planteada la guía metodológica que permite al estudiante conseguir, a través de la actividad colaborativa en el salón de clase, los elementos que necesita para acceder a una categoría más

elaborada. Esta definición facilita, a través de la interacción social, el desarrollo cognoscitivo de los niños. El proceso de aprendizaje en este caso se asemeja a la situación en la que un novato trabaja muy de cerca con un experto en la solución de un problema. El novato se apropia de ciertas destrezas que le resultarían inaccesibles si lo hace en forma individual. El desarrollo se produce a través de la interiorización que el novato hace de los procesos cognoscitivos compartidos con el experto.

Según Rogoff (1993), la teoría de Vygotsky ha sido construida sobre la premisa de que el desarrollo intelectual del individuo no puede comprenderse sin una referencia al mundo social en el que el niño está inmerso. Para Vygotski, el desarrollo del niño debe ser explicado no sólo como algo que tiene lugar apoyado socialmente, mediante la interacción con los otros, sino también como algo que explica el desarrollo de una capacidad que se relaciona con instrumentos, generados socialmente, que mediatizan la actividad intelectual.

Este punto de vista que enfatiza en la influencia que ejerce el componente de interacción social sobre el desarrollo del pensamiento individual es un punto importante para tenerlo en cuenta en la comprensión de cómo ciertos conceptos matemáticos y de las ciencias naturales son derivados o abstraídos de la relación del individuo con su entorno sociocultural.

En un intento de abordar la

relación entre el desarrollo cognoscitivo individual y los factores sociales, Piaget (1977, citado por Rogoff, 1993, p. 58 a 61) propuso que ambos no podían separarse, aunque muchos consideran que Piaget no atendió el papel de la interacción social. En algunos de sus trabajos se refirió directamente a la influencia del contexto social en el desarrollo cognoscitivo del individuo. Sostuvo que el desarrollo del niño supone una adaptación tanto al medio físico como social. «*La vida social es una condición necesaria para el desarrollo de la lógica. Creo que la vida social transforma la verdadera naturaleza del individuo*» (Piaget, 1928, 1977, p. 239).

En sus trabajos iniciales Piaget le dio importancia al hecho de que la cooperación con los iguales, cuando los niños resuelven conflictos cognoscitivos, facilita el desarrollo individual. Algunas de sus afirmaciones Piaget (1918/1977), a propósito de la influencia social en el desarrollo, son similares a la que aparecen en la teoría de Vygotski. Por ejemplo, una de ellas dice: «*podemos suponer que es el individuo quien mantiene la verdad frente a la sociedad, pero la independencia individual es un hecho social en producto de la civilización*».

Las referencias de Piaget al hecho de que la reflexión es un diálogo interiorizado se asemejan al principio fundamental de Vygotsky, de acuerdo con el cual las funciones mentales superiores suponen un proceso de interiorización a partir de la

instrucción: La reflexión es una discusión interna... «en el conflicto social surge la discusión, primero como una simple disputa, después la discusión termina en una conclusión. Es esta última acción la que, interiorizada y referida a uno mismo, llega a ser reflexión» (Piaget, 1928, p. 219).

Con las anteriores ideas se argumenta que Piaget sí relacionó el desarrollo cognoscitivo con el ambiente sociocultural. Aunque fue poca la atención que recibió este último, debido a que centró sus reflexiones en las relaciones interpersonales en cuanto aportan un marco al conflicto sociocognoscitivo.

Newman y Martin (1983, citados por Rogoff, 1993, p. 62) critican el modelo de desarrollo piagetano, y señalan que aunque Piaget tuvo en cuenta la relación entre lo individual y la acción social, dicha relación únicamente se concebía como una forma general y absoluta libre de contenido. Estos autores amplían la metáfora de equilibración que compara al aparato digestivo con el sistema cognoscitivo hasta incluir en ella el mundo social. Describen así la metáfora de Piaget: *«El aparato digestivo de un organismo determina el tipo de posibles nutrientes que puede o no acomodar. La asimilación de los nutrientes que pueden admitirse, producirá cambios lentos del propio aparato, que a su vez alterará la selección de futuros nutrientes. De modo semejante, el aparato intelectual determina qué tipo de posibles experiencias*

nutrientes puede o no asimilar. La asimilación de experiencias que pueden aceptarse generará lentas transformaciones en el sistema, que alterarán a su vez la futura capacidad de asimilar».

Estos autores amplían este marco hasta incluir el mundo social, pero la disponibilidad del sustento biológico y la experiencia intelectual no están determinados únicamente por los esfuerzos de los individuos. Los padres y las culturas seleccionan, elaboran y preparan los alimentos a los que los niños pueden acceder. Del mismo modo que los padres preparan cuidadosamente la comida de los niños, también los padres (y otras personas del entorno infantil) preparan y limitan las experiencias del tipo intelectual a las que los niños se verán expuestos.

Hasta ahora hemos analizado en forma global la relación del desarrollo cognoscitivo con lo sociocultural apoyándonos en las concepciones fundamentales del desarrollo de Piaget y Vygotsky. Hemos tomado de estos autores la definición de la zona de desarrollo próximo y la teoría de equilibración, ampliando la metáfora que une esta última al campo de lo sociocultural. Integremos ahora estas ideas de Piaget y Vygotsky con la definición que dimos del factor de aprendizaje.

De acuerdo con esta definición, una vez que se han investigado los esquemas que los niños tienen de un cierto concepto, podemos conocer cuáles son las ideas u elementos de ese concepto que el estudiante

necesita para transformar aquellos esquemas y, por ende, le proporciona las ideas a los profesores y profesoras para que desarrollen las estrategias metodológicas para lograrlo.

Considero que conocer el factor de aprendizaje de un estudiante en un tema específico nos da una herramienta para conocer un camino adecuado para lograr transformar las estructuras conceptuales de los estudiantes. Una vez que se logre conocer el esquema que tiene un estudiante acerca de un concepto determinado, todo profesor que enseñe una cierta asignatura debe estar en capacidad de identificar, por una parte, lo que aquel estudiante puede aprender, y por otra, lo que le hace falta conocer para acceder a un concepto más desarrollado.

Es en la distancia, entre lo que puede y lo que le hace falta por conocer, donde debe estar la labor mediadora de un profesor que quiera enseñar buscando el desarrollo cognoscitivo de sus estudiantes. El salón de clase se constituye entonces en un gran laboratorio para investigar estos procesos de pensamiento y validar, de acuerdo con los métodos cualitativos de investigación, las ideas acerca de la determinación del factor de aprendizaje de un estudiante en un tema específico. Digo un factor de aprendizaje en un tema específico por que pienso que al igual como acontece con la multiplicidad de las inteligencias, las personas, de acuerdo al contexto y a las temáticas, también tendrán diversos factores de aprendizaje.

En este sentido, hallar cada factor de aprendizaje se constituirá en un proceso único, como en un análisis de microgénesis, en que los factores culturales, sociales, así como los instrumentos metodológicos para conocer las estructuras de los estudiantes, deben tenerse muy en cuenta a la hora de hacer el análisis acerca del esquema que se está investigando. Con base en esta definición, nos queda por plantearnos de qué manera podemos determinar el factor de aprendizaje de un estudiante en un tema específico del conocimiento. Si logramos determinar el factor de aprendizaje de un estudiante, estamos en un paso crucial para hacerle comprender el concepto que estamos interesado que asimile.

Un ejemplo de la Física

Vamos a puntualizar un poco cómo podríamos aplicar la definición del factor de aprendizaje. Para ello, en la definición de FV identifiquemos con X los niveles u elementos de un concepto que el estudiante puede asimilar, mientras que Y serán los elementos o niveles de un concepto que el estudiante necesita para alcanzar el grado de comprensión del concepto a nivel de la aceptada por la comunidad científica.

Pensemos ahora en el siguiente concepto de la Física, la caída libre de un cuerpo. Estamos interesados en que los estudiantes comprendan el concepto de caída libre tal como lo ha elaborado la comunidad científica. A

través de una rápida exploración, invitando a los estudiantes a que consignen en una hoja lo que ellos piensan qué es la caída libre. Hemos encontrado sobre este concepto las siguientes ideas:

1. Un cuerpo está en caída libre cuando parte del reposo, es decir, su velocidad inicial es cero.
2. La trayectoria que sigue el cuerpo es una recta vertical hacia abajo.
3. El cuerpo es sometido a la gravedad (en esta concepción se confunde fuerza con aceleración).
4. En el movimiento se desprecia la fuerza de resistencia que ofrece el aire al cuerpo.

Las concepciones de los estudiantes que indican el no estado de caída libre de un cuerpo son las siguientes:

1. La velocidad inicial es diferente de cero, es decir, si se lanza el cuerpo hacia arriba o hacia abajo.
2. La trayectoria del cuerpo es diferente a la de una recta, como en el caso del movimiento parabólico.

En general, estas son las ideas que surgen de este concepto, y como se puede apreciar, algunas se aproximan más que otras a la concepción aceptada por la comunidad científica, la cual considera a un cuerpo en caída libre como aquel que está sometido únicamente a la fuerza de atracción gravitacional de la Tierra. Lo que más nos interesa de esta discusión es

cómo podemos determinar el factor de aprendizaje de los estudiantes acerca de este concepto. Para ello, una vez identificadas las distintas concepciones de caída libre, el siguiente paso es ordenarlas en niveles de dificultad de acuerdo con el mayor o menor acercamiento al concepto científico.

Para realizar esta ordenación es importante el conocimiento del profesor acerca de los diferentes grados de dificultad del concepto que se está estudiando. Lo que se busca es dividir el concepto en varios niveles o ideas de dificultad del mismo, para luego, cuando el estudiante exprese la idea que tiene, se pueda identificar en qué nivel del concepto se encuentra y más tarde se pueda determinar los niveles o ideas que necesita complementar para que el estudiante pueda llegar al grado de comprensión deseado del concepto. El establecer los niveles es relativo y depende de qué tan elaborado tenga el concepto la persona que establezca los niveles de dificultad.

Si contemplamos el ejemplo de la caída libre, podemos dividir el concepto en seis niveles o ideas. Si un estudiante al expresar su concepción lo ubicamos en el nivel dos, entonces su factor de aprendizaje es 0,5, lo cual podría ser considerado como malo por ser menor que uno. Por el contrario, si al dar su opinión queda ubicado en el nivel cuatro, su factor de aprendizaje sería 2, que se puede considerar como muy bueno por estar próximo al concepto deseado.

Los grados en que se encuentra el

factor de aprendizaje de los estudiantes se podrían determinar de acuerdo a si es menor, igual o mayor que uno .

De acuerdo con los anteriores valores podríamos considerar los siguientes grados: malo, regular, normal, bueno, muy bueno, excelente, estableciendo, respectivamente, intervalos numéricos en orden creciente muy alejados de uno (1), alejados de uno (1), cercanos a uno (1), igual a uno (1), un poco mayor que uno (1) y mucho mayor que uno (1).

Conclusiones

La misión del educador debe ser la de un mediador del proceso de aprendizaje del estudiante, en el sentido de que logre identificar la distancia entre lo que el estudiante puede y lo que le hace falta por conocer para modificar su estructura de pensamiento.

En síntesis, el profesor puede hacer una conciliación integradora entre los aspectos socio culturales del pensamiento de Vygotsky, la teoría de equilibración de Piaget y el factor de aprendizaje. Del primero se tendrá en cuenta la relación entre lo inter y lo intrasubjetivo para lograr determinar el desarrollo del esquema del estudiante de manera cooperativa. Del segundo se tendrá en cuenta los procesos de interiorización que debe hacer el estudiante de manera idiosincrásica. Del factor de aprendizaje se dan las herramientas para que el profesor ubique en qué estado o nivel de un cierto concepto se encuentra el estudiante, y a partir de este conocimiento pueda seleccionar las tareas o situaciones problematológicas adecuadas para lograr la comprensión del concepto o problema estudiado. 

Referencias

CROMER, A. (1978)

Física para las Ciencias de la Vida. Barcelona: Reverté.

NEWMAN D, GRIFFIN, P. & COLE, M. (1993)

The Construction Zone: Working for Cognitive Change in School. New York: Cambridge University press.

ROGOFF, B. (1993)

Aprendices del pensamiento. El desarrollo cognitivo en el contexto social. Barcelona: Paidós.

VYGOTSKY, L. (1979)

El Desarrollo de los Procesos Psicológicos Superiores. (Traducción castellana de Silvia Furió). Barcelona: Crítica.