

ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN  
RESEARCH REPORT

## La instrucción geométrica y la representación plana de módulos multicubos en un grupo de alumnos: un diseño preexperimental

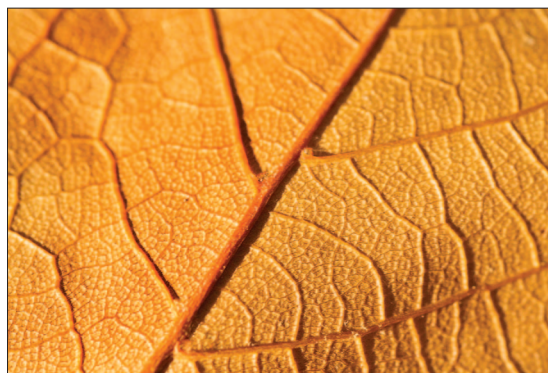
*The geometric instruction  
and the flat representation of  
multicube modules in a group of  
students: a preexperimental design*

Carlos Javier Rojas Álvarez

zona próxima

Revista del Instituto  
de Estudios en Educación  
Universidad del Norte

n° 19 julio – diciembre, 2013  
ISSN 2145-9444 (electrónica)



PIEL DE OTOÑO  
Flavia Falquez  
<http://500px.com/photo/18648873>

zona  
próxima

CARLOS JAVIER ROJAS ÁLVAREZ

Magister en Educación. Licenciado en Matemáticas y Física.  
Profesor del Departamento de Matemáticas y Estadística de  
la Universidad del Norte. [crojas@uninorte.edu.co](mailto:crojas@uninorte.edu.co)

FECHA DE RECEPCIÓN: 13 DE SEPTIEMBRE DE 2012  
FECHA DE ACEPTACIÓN: 12 DE NOVIEMBRE DE 2012

<p>El objetivo de este estudio fue determinar el efecto de la instrucción geométrica sobre la representación plana de módulos multicubos, en un grupo de alumnos.</p> <p>El tipo del estudio es cuantitativo, con diseño pre-experimental de preprueba-postprueba con un solo grupo. Los sujetos, seleccionados por muestreo intencional, fueron alumnos de primer semestre de Diseño Industrial, con edades comprendidas entre 17 y 22 años, de ambos géneros.</p> <p>La metodología de la clase consiste en analizar figuras en 3D impresas y leer las instrucciones para hacer dibujos en 2D y 3D, relacionados con temas de geometría elemental.</p> <p>A los puntajes de los tests se les aplicó la prueba W de Mann-Whitney para comparar las medianas. Se encontró que hay diferencias significativas entre los puntajes del pretest y del posttest con un nivel de significancia del 97%. Conclusión: la metodología aumentó significativamente la elaboración de representaciones planas de módulos multicubos.</p> <p><b>Palabras clave:</b> geometría, orientación</p>	<p>RESUMEN</p>	<p>ABSTRACT</p> <p>The aim of this study was to determine the effect of geometrical instruction on flat representation of multicube modules in a group of students. The study uses a quantitative, preexperimental design with pretest and posttest with only one group. The subjects, selected by intentional sampling, were students of first semester of Industrial Design Program, aged between 17 and 22 years.</p> <p>The class analyzes printed 3D shapes and reads the instructions to make 2D and 3D drawings, related to issues of elementary geometry. The W Mann-Whitney test was administered to the scores of the tests in order to compare medians. There were significant differences between the scores of the pretest and the posttest with a significance level of 97%. The methodology increased significantly the production of flat representations of multicube modules.</p> <p><b>Key words:</b> instruction geometric, orientation</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## INTRODUCCIÓN

Las habilidades espaciales son consideradas como una forma de actividad mental que permite a los individuos crear imágenes espaciales y manipularlas en la solución de diversos problemas prácticos y teóricos (Pittalis, 2010). Este autor adopta el modelo de Lohman, quien sustentó la existencia de tres principales factores que componen las habilidades espaciales: visualización espacial, orientación espacial y relaciones espaciales. En este estudio solo se definirá la orientación espacial.

La Orientación Espacial se define como la capacidad de las personas para no confundirse por los cambios de orientación que presenta una configuración espacial (Pittalis, 2010). La Orientación Espacial implica la comprensión de la disposición de los elementos dentro de un patrón de estímulo visual, la aptitud para permanecer sin confusión por el cambio de orientaciones en una configuración espacial y la habilidad de determinar la orientación espacial con respecto al propio cuerpo (McGee, 1979). La conciencia de si un objeto está a la derecha o izquierda, más arriba o más abajo, más cerca o más lejos que otro, es la naturaleza esencial de este factor. Los tests que miden la orientación espacial por lo general requieren que el sujeto imagine cómo una figura podría verse desde una perspectiva diferente y entonces hacer un juicio de esa perspectiva imaginada (Pittalis, 2010).

Un ejemplo de una tarea que evalúa la Orientación Espacial es la elaboración del dibujo del módulo multicubo (figura 1) por parte del sujeto, imaginándose que él se sitúa de frente al módulo multicubo.

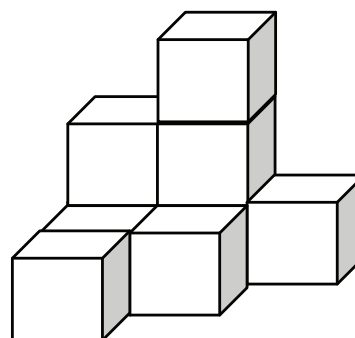


Figura 1. Módulo multicubo

La representación plana del módulo multicubo de la Figura 1 es diferente si el sujeto cambia de posición con respecto al módulo y se sitúa, por ejemplo, a la derecha del módulo multicubo. Un "módulo multicubo" es un sólido formado por varios cubos iguales pegados de manera que sus caras se superponen (Gutiérrez, 1998).

Con respecto a la instrucción geométrica, se asume en este estudio que es la instrucción en un curso de geometría, caracterizado por enunciados con instrucciones para hacer los correspondientes dibujos (en 2D y 3D) y por ejercicios con dibujos de figuras en 3D.

Por otro lado, hay investigaciones que relacionan las habilidades espaciales con el estudio de la geometría, ya sea que determinen el efecto de la instrucción sobre las habilidades espaciales (Ben-Chaim, Lappan & Houang, 1988) o evalúen las habilidades espaciales como un predictor del desempeño en un curso de geometría (Pittalis, Mousoulides & Christou, 2007).

El Cuadro 1 muestra la comparación entre este estudio y la investigación realizada por Ben-Chaim, Lappan y Houang (1988):

**Cuadro 1.** Comparación entre este estudio y el de Ben-Chaim, Lappan & Houang (1988)

	Ben-Chaim, Lappan & Houang (1988)	Presente estudio
Muestra	1.000 alumnos de 5o a 8o	17 alumnos de primer semestre
Unidad de instrucción	A partir de material manipulativo, como cubos pequeños, elaborar el dibujo de lo construido	A partir de instrucciones, hacer el respectivo dibujo (en 2D y 3D) y análisis de figuras en 3D impresas
Test	32 ítems de selección múltiple (5 opciones) con única respuesta	Tres ítems de elaboración de representación plana de un módulo multicubo
Diseño de investigación	Preexperimental	Preexperimental

El dibujo de las representaciones planas de módulos multicubos también ha sido ampliamente estudiado (Gutiérrez, 1996; Ben-Chaim, Lappan & Houang, 1985; Ben-Chaim, Lappan & Houang, 1989; Juraschek, 1990).

El objetivo de esta investigación fue determinar el efecto de la instrucción geométrica sobre la representación plana de módulos multicubos.

## METODOLOGÍA

### Tipo de investigación

El tipo de investigación seleccionado para el estudio es el cuantitativo, con diseño pre-experimental.

El Cuadro 2 muestra el esquema del diseño utilizado:

**Cuadro 2.** Diseño preexperimental

Grupo	Asignación	Observaciones antes	Tratamiento	Observaciones después
E	No azar	O1	X1	O2

E: Experimental

X<sub>i</sub>: Variable independiente

### Instrumentos

Para realizar el estudio, se aplicó un cuestionario en el pretest y otro equivalente en el posttest, cada uno con tres ítems. En el ítem 1 se le pide al alumno que dibuje la representación plana de un módulo multicubo si un observador se ubica en la posición lateral derecha con respecto al módulo. En el segundo ítem se le pide que dibuje la representación plana del mismo módulo, si un observador se sitúa arriba del módulo. En el tercer ítem se le pide que dibuje la representación plana del mismo módulo, si un observador se sitúa de frente al sólido.

Los ejercicios de las tres primeras unidades se guardaron en un archivo en formato Word en el catálogo web de la asignatura. Las unidades son:

Unidad 1: Conceptos básicos de geometría plana. Está conformada por 55 ejercicios, de los cuales 4 son con gráficas en 3D; uno tiene un dibujo en 2D y el resto tiene instrucciones para hacer los respectivos dibujos, algunos de los cuales son en 3D.

Unidad 2: Teorema de Pitágoras y trigonometría. Está conformada por 25 ítems, entre ejercicios y problemas, de los cuales 7 son con gráficas en 3D, 6 con gráficas en 2D y el resto con instrucciones para hacer las gráficas en 2D.

Unidad 3: Semejanza. Está conformada por 35 ítems, entre ejercicios y problemas, de los cuales

6 tienen gráficas en 3D, 5 con gráficas en 2D y el resto con instrucciones para hacer las gráficas en 2D.

La evaluación se hizo con los criterios expuestos en el cuadro 3:

**Cuadro 3.** Sistema de puntuación del pretest y post-test

Pregunta No.	Objetivo	Puntuación
1	Orientación espacial Representación plana (vista lateral derecha)	0 si el dibujo es incorrecto o si no responde. 1 si el dibujo es correcto
2	Orientación espacial Representación plana (vista de arriba)	0 si el dibujo es incorrecto o si no responde. 1 si el dibujo es correcto
3	Orientación espacial Representación plana (vista de frente)	0 si el dibujo es incorrecto o si no responde. 1 si el dibujo es correcto

Lo anterior implica que los máximos puntajes para cada ítem son:

**Cuadro 4.** Máximo puntaje

Pregunta No.	Máximo puntaje
1	1
2	1
3	1
<b>Total</b>	<b>3</b>

Por tanto, el rango del puntaje del pretest y del posttest es de cero a tres.

### Población

La población estuvo constituida por los estudiantes de primer semestre de Diseño Industrial agrupados en un curso. La muestra fue seleccionada

intencionalmente, con el criterio que los sujetos presentaran el pretest y el posttest. La muestra estuvo conformada por 17 alumnos, con edades entre 16 y 21 años.

### Proceso metodológico

#### Primera etapa

Aplicación del pretest al grupo de alumnos.

#### Segunda etapa

Estudio de tres unidades:

Unidad 1: Conceptos básicos de geometría plana. Tiempo de dedicación: 16 horas, distribuidas en 4 horas semanales.

Unidad 2: Teorema de Pitágoras y trigonometría. Tiempo de dedicación: 16 horas, distribuidas en cuatro horas semanales.

Unidad 3: Semejanza. Tiempo de dedicación: 16 horas, distribuidas en cuatro horas semanales.

#### Tercera etapa

Al finalizar las tres unidades anteriores, se aplicó el posttest al grupo y se analizaron los resultados.

### ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los puntajes del pretest del grupo de alumnos aparecen en el cuadro 5:

**Cuadro 5.** Puntajes del pre-test

Sujeto	De lado - derecho	Desde arriba	De frente	Total
1	1	1	1	3
2	0	0	1	1
3	1	1	1	3
4	1	1	0	2
5	0	0	1	1
6	1	1	1	3
7	0	0	0	0
8	0	0	0	0
9	1	1	1	3
10	1	1	1	3
11	0	0	1	1
12	1	0	1	2
13	1	1	1	3
14	1	1	1	3
15	1	1	1	3
16	0	1	0	1
17	1	0	0	1
$\bar{x}$	0,647	0,588	0,705	1,941
s				1,144

Los puntajes del posttest del grupo de alumnos figuran en el Cuadro 6:

Continúa...

**Cuadro 6.** Puntajes del post-test

Sujeto	De lado - derecho	Desde arriba	De frente	Total
1	1	1	1	3
2	0	0	1	1
3	1	1	1	3
4	1	1	1	3
5	0	0	1	1
6	0	1	1	2
7	1	0	1	2
8	0	0	0	0
9	1	1	1	3
10	1	1	1	3
11	1	0	1	2
12	1	1	1	3
13	1	1	1	3
14	1	1	1	3
15	1	1	1	3
16	1	1	1	3
17	1	1	1	3
$\bar{x}$	0,764	0,705	0,941	2,411
s				0,939

Se establecen las siguientes hipótesis:

*H<sub>0</sub>*: No hay diferencia en las medianas de los puntajes del pre-test y del post-test.

*H<sub>1</sub>*: La mediana de los puntajes del posttest es mayor que la mediana de los puntajes del pretest.

Dado que los puntajes de ambos grupos no proceden de una distribución normal, se aplicó la prueba W de Mann-Whitney (Wilcoxon) para comparar medianas. El valor p obtenido por la prueba es 0,0282186. Debido a que el valor-p es

menor que 0,03, se puede rechazar la hipótesis nula con un 97,0% de confianza. Esto quiere decir que hay diferencia significativa entre los puntajes del posttest y del pretest, por lo que se concluye que la metodología aumentó significativamente el factor asociado a la Orientación Espacial que permite dibujar las representaciones planas de un módulo multicubo.

Aunque en este estudio la metodología resultó ser efectiva para este grupo en particular, lo que corrobora el resultado de otra investigación (Ben-Chaim, Lappan & Houang, 1988), también con diseño pre-experimental, es conveniente hacer otro estudio con un diseño cuasi-experimental con un grupo control (con una instrucción geométrica tradicional), antes y después, y con un test más amplio.

### CONCLUSIONES

Según el análisis estadístico, la metodología incrementó significativamente el nivel de elaboración de algunas representaciones planas de un módulo multicubo.

Los resultados obtenidos en el presente estudio no se pueden generalizar por lo reducido de la muestra (17 alumnos) y del número de ítems (3) del test.

### REFERENCIAS

- Ben-Chaim, D., Lappan, G. & Houang, R. (1985). Visualizing rectangular solids made of small cubes: analyzing and effecting students' performance. *Educational Studies in Mathematics*, 16(4), 389-409.
- Ben-Chaim, D., Lappan, G. & Houang, R. (1988). The effect on instruction on spatial visualization skills of middle school boys and girls. *American Educational Research Journal*, 25(1), 51-71.
- Ben-Chaim, D., Lappan, G. & Houang, R. (1989). Adolescents' ability to communicate spatial information: analyzing and effecting students' performance. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 121-146.
- Gutiérrez, A. (1996). Childrens' ability for using different plane representations of space figures. Disponible en <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/marcotex.html>
- Gutiérrez, A. (1998). Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *EMA*, 3(3), 193-220.
- Juraschek, W. (1990). Get in touch with shape. *The Arithmetic Teacher*, 37(8), 14-16.
- McGee, M. (1979). Human spatial abilities: psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889-918.
- Pittalis, M. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 191-212.
- Pittalis, M., Mousoulides, N. & Christou C. (2007). Spatial ability as a predictor of students' performance in geometry. *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Educations (CERME 5)*. Working Group 7: Geometrical Thinking. 1072-1081.